GUIAS DE ACTIVIDADES Y TRABAJO PRACTICO N° 7

OBJETIVOS:
Lograr que el Alumno:
- **Interprete el concepto de Derivada de Funciones**
- **Resuelva ejercicios de aplicación.**

CONTENIDOS:
- **Recta tangente.**
- **Derivada de una función.**

NOTA:
- Los ejercicios indicados con **(EO)** son ejercicios obligatorios y formaran la carpeta de trabajos prácticos.
- Es requisito para los alumnos aspirantes al Régimen de Promoción de la Asignatura presentar esta guía de trabajos prácticos con todos los ejercicios (EO) desarrollados hasta el día siguiente al primer parcial.
- Los ejercicios de aplicación Biológica se indican con **(AB).**

ACTIVIDAD:

- **Recta tangente.**

Ejemplo 1: Hallar la pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^2 - 3x + 2$, en el punto $(1,0)$.
Solución: La pendiente de la recta tangente en un punto cualquiera x es:

$$m(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - 3(x+\Delta x) + 2 - \left[x^2 - 3x + 2\right]}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2(\Delta x)x + (\Delta x)^2 - 3x - 3(\Delta x) + 2 - x^2 + 3x - 2}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\Delta x)(2x + \Delta x - 3)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x - 3 = 2x - 3$$

Para hallar el valor de la pendiente de la recta tangente en el punto (1,0), hacemos $x=1$:

$m(1) = 2.1 - 3 = 2 - 3 = -1$ Así, la pendiente es -1.

EJERCICIOS

1) (EO) Trace la gráfica correspondiente con dominio en el intervalo $[a,b]$ que se menciona, y señale un punto cualquiera en la grafica, y por el trace un segmento de la recta tangente.

a) $y = 9 - x^2$ $\quad [a,b] = [-3,3]$ **b)** $y = x^2 + 4$ $\quad [a,b] = [-2,2]$

c) $y = x^2 - 6x + 9$ $\quad [a,b] = [1,5]$ **d)** $y = 1 - x^3$ $\quad [a,b] = [-2,2]$

2) (EO) Halle la pendiente y la ecuación de la recta tangente en el punto (x,y) que se indica para cada apartado.
a) $y = x^2 - 4x - 5$ $\quad (-2,7)$ **b)** $y = x^2 - x + 2$ $\quad (2,4)$

- **Derivada de una función.**

La variación de la variable dependiente y respecto de la variación unitaria de la variable independiente x se **interpreta analíticamente** bajo el concepto de Derivada. De esta manera lo que evaluamos en un punto dado es la pendiente de la recta tangente. Así la **interpretación geométrica** de la derivada de una función está dada por la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función.
Además, la derivada de una función en un intervalo implica que la función es continua. La continuidad por otro lado no implica que la función sea derivable. Por tal razón debemos pensar en la pendiente de la recta que pasa por dos puntos suficientemente próximos.

Ejemplo 2: Hallar la derivada de la función $f(x) = x^2 + 1$, usando la definición de la misma.

Solución: $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{(x+\Delta x)^2 + 1 - [x^2 + 1]}{\Delta x} =$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2(\Delta x)x + (\Delta x)^2 + 1 - x^2 - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\Delta x)(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x$$

Recuerde que para una función $y=f(x)$ es equivalente denotar a su derivada mediante cualquiera de las siguientes expresiones: $f'(x); \dfrac{dy}{dx}; D_x y$

EJERCICIOS

3)Halle $f'(x)$ para cada función, aplicando la fórmula $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

a) (EO) $f(x) = 7x + 3$ **b) (EO)** $f(x) = 8 - 5x$

c) $f(x) = -4$ **d)** $f(x) = 3x^2 + 4$

4) (EO) Halle $f'(a)$, en el punto de ordenada a dado, aplicando la fórmula

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

a) $f(x) = 1 - x^2$ en $a=3$ **b)** $f(x) = \dfrac{4}{5x}$ en $a=2$

5) (EO) (AB) Mediante un experimento se expone una solución a una temperatura constante durante 10 minutos para su calentamiento. La temperatura inicial es de 20° C, y durante ese calentamiento la temperatura asciende a razón de 4° C por minuto. Posteriormente a los 10 minutos se somete a un enfriado rápido durante 5 minutos, de manera que se reduce según la expresión: $T(t) = 1{,}2t^2 - 40t + 340$ siendo t la variable independiente (v.i.) tiempo y T la variable dependiente (v.d.) temperatura.
a) Halle la derivada de la función, revise el ejercicio 2 de la GTP Nº 6.
b) Halle la derivada en los puntos $x = 4$ y $x = 12$.

Respuesta de algunos ejercicios

2) a) $y = -8x - 9$ **b)** $y = 3x - 2$

3) a) $f'(x) = 7$ **b)** $f'(x) = -5$ **4) a)** $f'(3) = -6$ **b)** $f'(2) = -\dfrac{1}{5}$