GUIAS DE ACTIVIDADES Y TRABAJO PRACTICO N° 3

OBJETIVOS:
Lograr que el Alumno:
- **Interprete el concepto de Modelos Matemáticos.**
- **Distinga modelos matemáticos expresados mediante funciones.**
- **Represente gráficamente funciones.**

CONTENIDOS:
- **Modelos Matemáticos**
- **Funciones: dominio, imagen. Funciones lineales, cuadráticas, cúbicas, racionales, reales.**
- **Graficas de una función.**

NOTA:
- Los ejercicios indicados con **(EO)** son ejercicios obligatorios y formaran la carpeta de trabajos prácticos.
- Es requisito para los alumnos aspirantes al Régimen de Promoción de la Asignatura presentar esta guía de trabajos prácticos con todos los ejercicios (EO) desarrollados hasta el día siguiente al primer parcial.
- Los ejercicios de aplicación Biológica se indican con **(AB).**

ACTIVIDAD:

Funciones:

Recordemos que un **modelo matemático** es una representación a través de fórmulas o expresiones matemáticas del comportamiento de un fenómeno real que pretende ser estudiado.

Las **funciones** son un ejemplo importante para expresar modelos matemáticos; a partir de ellas se puede determinar variables que participan en el fenómeno observado.

Ejemplo 1.-Los fisioterapeutas descubren a menudo que el proceso de rehabilitación se caracteriza por un efecto de rendimientos decrecientes. Es decir, la recuperación de la funcionalidad suele aumentar con la duración del programa de terapia, pero a la larga se advierte un menor mejoramiento en relación con las actividades posteriores del programa. Para una incapacidad en particular, los terapeutas han ideado una función matemática que describe en costo C de un programa de este tipo en función del porcentaje de la funcionalidad recobrada, x. Se trata de una función racional cuya forma se da a continuación:

$$C = f(x) = \frac{5x}{120 - x} \text{ donde } 0 \leq x \leq 100$$

donde C se mide en miles de pesos. Halle, el costo de la terapia para obtener una recuperación de 30%:

Solución: A partir de la definición de la función se estima que el costo de la recuperación para obtener un 30% es:

$$f(30) = \frac{5 \times 30}{120 - 30} = 1.667$$

De los valores posibles de x ninguno anula el denominador, así pues decimos que el dominio de la función está restringido al intervalo cerrado $[0{,}100]$

EJERCICIOS:

1.-(EO)(AB) Considerando el ejemplo 1, hallar el costo de la terapia cuando se tiene una recuperación de 40%, y también para el 70%. Finalmente indique el dominio de la función y grafique la función realizando una tabla de valores.

2.-(EO) En una balanza electrónica se indican dos valores, el peso en kg. y el precio correspondiente al artículo pesado.
a.-Si el kg de queso es de $4,80, complete la tabla con los precios de las diferentes compras que se indican:

Compras (gr.)	150	180	200	350	480	520	840
Precio($)							

b.-Escriba una fórmula que exprese el importe p correspondiente a t grs. Es decir, $p=f(t)$
c.-Represente gráficamente la función obtenida y señale con puntos los valores de la tabla.
d.- Cuál es el dominio de la función f y cuál su imagen
e.- La variable t es discreta o continua?

3.- Las siguientes funciones se expresan coloquialmente, es decir a través de palabras, de la siguiente manera:

a.- s es el doble de t **b.-** x es la quinta parte de r **c.-** t es el duplo más tres de n
Exprese las funciones anteriores en forma algebraica.

4.-(EO) Dada la función: $f(x)=3x-2$; hallar: $f(1); f(-2); f(5); f\left(\frac{3}{2}\right); f(a); f(x+h)$

5.-(EO) Dada la función: $g(x)=3x^2-x+1$; hallar:

$$g(2); g(-1); g(4); g\left(\frac{3}{2}\right); g(a); g(x+h)$$

6.- Dada la función: $h(x)=\frac{x-1}{2}$; hallar $h(0); h(-3); h(3); h\left(\frac{3}{2}\right); h(a); h(x+h)$

7.- Graficar las siguientes funciones reales polinómicas, en distintos sistemas de coordenadas, realizando previamente la tabla de valores correspondiente.

a) (EO) $f(x)=4x+1$ **b)** $f(s)=3s-2$ **c)(EO)** $f(r)=-r+2$

d) (EO) $g(t)=-t-4$ **e) (EO)** $h(t)=t^2+1$ **f) (EO)** $g(s)=s^2+s$

g) $f(t)=t^2+3t-1$ **h) (EO)** $f(x)=-x^2+3$

i) $g(r)=r^3+r$ **j)** $h(t)=t^5-t^2$

8.- (EO) La forma general de una función polinómica de grado dos es: $f(x)=ax^2+bx+c$

Empleando tablas de valores represente las funciones que abajo se detallan, realizando en un mismo sistema de coordenadas las funciones que están encolumnadas. Las curvas obtenidas se denominan **parábolas**.

8.1.- a) $y = x^2$
b) $y = -x^2$

8.2.-a) $y = 3x^2$
b) $y = x^2$
c) $y = \frac{1}{2}x^2$

8.3.-a) $y = 3x^2 + 2$
b) $y = 3x^2$
c) $y = 3x^2 - 2$

8.4.-a) $y = (x+3)^2$
b) $y = (x-3)^2$

Finalmente realizar una descripción de las mismas según los siguientes conceptos: Simetría con respecto a las rectas paralelas a las ordenadas. Vértice, es decir el punto de ordenada máxima o mínima. Coeficiente cuadrático a.

Ejemplo 2: Mediante un experimento, se expone una solución a una temperatura constante durante 10 minutos para su calentamiento. La temperatura inicial es de 20°C, y durante ese calentamiento la temperatura asciende a razón de 4°C por minuto. Posteriormente, a los 10 minutos se somete la solución a un enfriado rápido durante 5 minutos, de manera que se reduce según la expresión: $T = 1{,}2t^2 - 40t + 340$, siendo t la variable independiente tiempo y T la variable dependiente temperatura.
Escriba la expresión que determina funcionalmente tal experimento durante los 15 minutos que dura.

Solución: La función $T=f(t)$ tiene dos asignaciones, una correspondiente a los primeros diez minutos y la segunda durante los cinco minutos restantes, así, podemos escribir primeramente que la asignación inicial es: $f(t) = 4t + 20$, siempre que t varíe entre cero y diez., de ésta manera el dominio de la función es el intervalo $[0{,}15]$.

Finalmente la función se denota por: $f(t) = \begin{cases} 4t + 20 & si \quad 0 \le t \le 10 \\ 1{,}2t^2 - 40t + 340 & si \quad 10 < t \le 15 \end{cases}$

EJERCICIOS

9.- Complete los siguientes enunciados:
a.- Dada una función f:A $\rightarrow$ B, se denomina dominio de la función al conjunto de ……………
………………………………………………………………………………. .
b.- Dada una función f:A $\rightarrow$ B, se denomina imágen de la función al conjunto de …...……….
…………………………………………………………………………….
c.- Se denomina grafica de una función f:A $\rightarrow$ B , ……………………………………………...
………………………………………………………………………………………………….. .

10.-(AB)(EO) Grafique la función del ejemplo 2, y de un comentario a lo sucedido en el tiempo de los 10 minutos.

11.-(EO) Determine el dominio y la imagen de las siguientes funciones y luego grafiquelas:

11.a. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ **11.b.** $g(x) = |x+2|$ **11.c.** $h(x) = \dfrac{4x^2 - 1}{2x+1}$

11.d. $f(x) = \begin{cases} -5 & si \quad x \le 2 \\ 2 & si \quad x > 2 \end{cases}$ **11.e.** $g(x) = \begin{cases} -x+2 & si \quad x \ne 2 \\ 0 & si \quad x = 2 \end{cases}$

11.f. $h(x)=\begin{cases} 2x & si \quad x<-3 \\ -x & si \quad -3\le x\le 4 \\ 1 & si \quad x>4 \end{cases}$

11.g $f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x<-2 \\ x^2-1 & si \quad -2\le x\le 3 \\ 2x+2 & si \quad x>3 \end{cases}$

12.-Determine el dominio y la imagen de las siguientes funciones y luego grafíquelas:

12.a. $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

12.b. $g(x)=|2x+5|$

12.c. $h(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$

12.d. $f(x)=\begin{cases} -5x & si \quad x\le 2 \\ x+2 & si \quad x>2 \end{cases}$

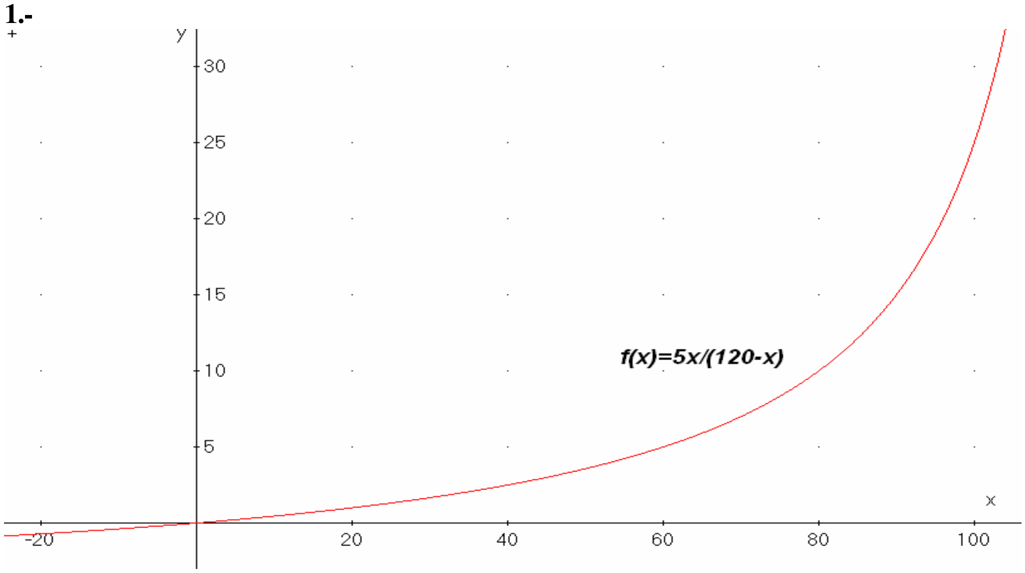
12.e. $g(x)=\begin{cases} -x-1 & si \quad x\ne 2 \\ 0 & si \quad x=2 \end{cases}$

12.f. $h(x)=\begin{cases} x+1 & si \quad x<-2 \\ -2x & si \quad -2\le x\le 3 \\ 2x-4 & si \quad x>3 \end{cases}$

12.g $f(x)=\begin{cases} x+5 & si \quad x<-5 \\ \sqrt{25-x^2} & si \quad -5\le x\le 5 \\ x-5 & si \quad x>5 \end{cases}$

Respuesta de algunos ejercicios

1.-



2.- b) $p=f(t)=\dfrac{4{,}80}{1000}t$

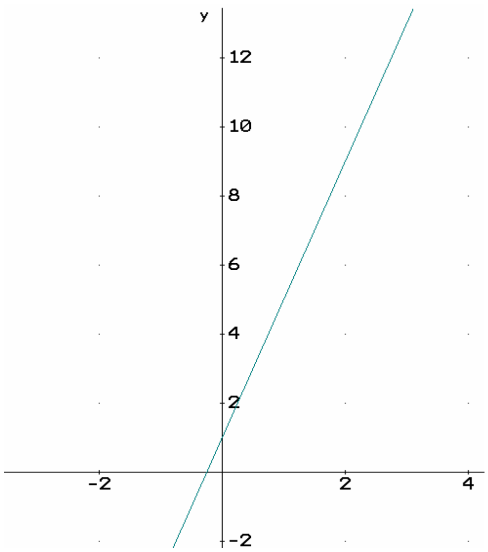
4.- $f(1)=1$; $f(-2)=-8$; $f(5)=13$; $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{5}{2}$; $f(a)=3a-2$; $f(x+h)=3(x+h)-2$

5.-

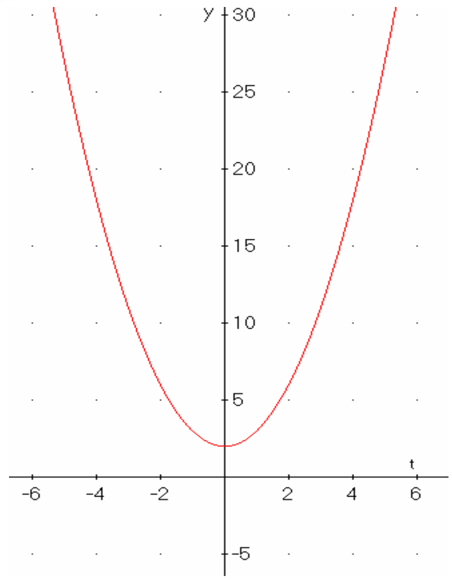
$g(2)=11$; $g(-1)=5$; $g(4)=45$; $g\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{4}$; $g(a)=3a^2-a+1$;

$g(x+h)=3x^2+x(6h-1)+3h^2-h+1$

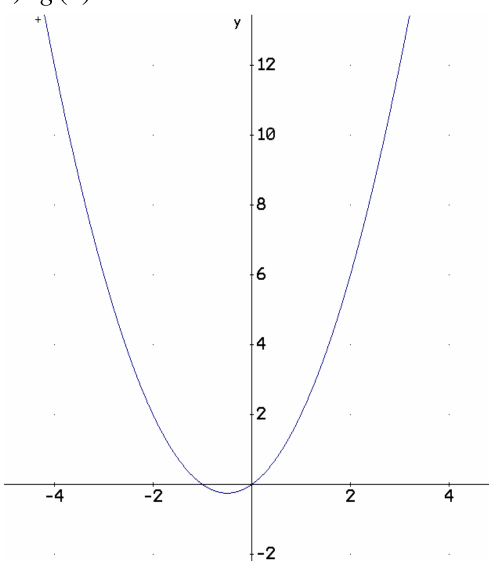
7.- a) $f(x) = 4x + 1$



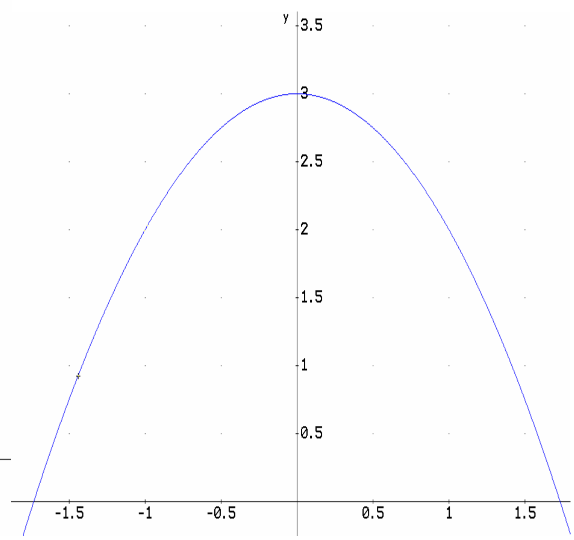
b) $h(t) = t^2 + 1$



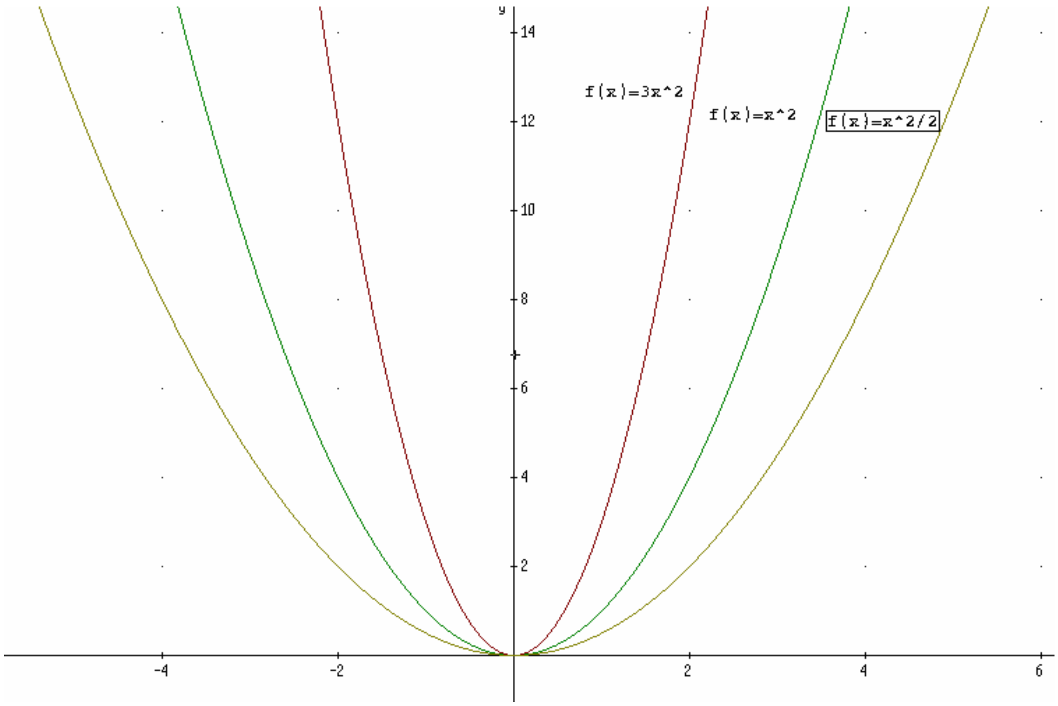
f) $g(s) = s^2 + s$



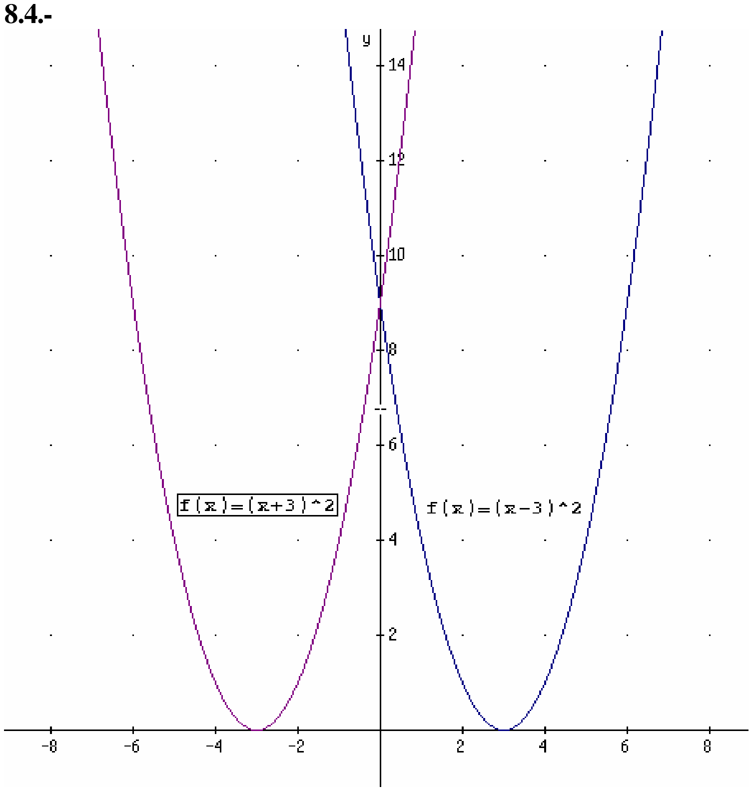
h) $f(x) = -x^2 + 3$



8.2.-


y
14
12
10
8
6
4
2
-4
-2
2
4
6
f(x)=3x^2
f(x)=x^2
f(x)=x^2/2

8.4.-


y
14
12
10
8
6
4
2
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
f(x)=(x+3)^2
f(x)=(x-3)^2