

PROBABILIDAD DE LLUVIA EN LAS PEÑAS,
DEPARTAMENTO LA PAZ, PROVINCIA DE CATAMARCA (1)

Recibido 04/Sep/95

María Margarita Curotto*

* Prof. Adjunto Exclusivo. Cátedra Estadística Aplicada.

Unidad Ejecutora: Cátedra de Probabilidad. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
Belgrano 300. (4700). S.F.V. de Catamarca.

Dirección Postal: Obispo Esquiú 216. C.P.: 4700. S.F.V. de Catamarca. Argentina.
T.E.: (0833) 33088

Palabras claves: Agroclima, Departamento La Paz, Catamarca.

Key Words: Agricultural Climate, La Paz District, Catamarca.

RESUMEN:

La Provincia de Catamarca se extiende dentro de las zonas áridas y semiáridas, hecho por el cual es necesario realizar estudios sobre distintos aspectos hídricos que limitan los rendimientos de los cultivos en la región.

Con datos de precipitaciones de la Localidad de Las Peñas, Departamento La Paz, se analiza la bondad del ajuste de la distribución gamma para valores mensuales. La prueba de Kolmogorov-Smirnov se aplica para establecer el grado de ajuste de dicha distribución a las frecuencias de lluvias mensuales.

Se calculan probabilidades de lluvia sobre 15, 25, 50, 75, 100, 150 y 200 mm. con la distribución gamma y la distribución binomial para la predicción de dichos valores.

La bondad del ajuste del modelo utilizado es superior en el período estival dado que en esta localidad las lluvias son estacionales. Siendo los meses de verano la época lluviosa, los mejores ajustes se lograron en éstos períodos con mayor cantidad de registros pluviométricos.

SUMMARY:

The Province of Catamarca is extended within the region of arid and semiarid zones, which indicates the need to concentrate studies about the hydric aspects, limiting factor of the yield of the crops in the region.

With rainfall data taken in the village of Las Peñas, in the La Paz District, the goodness of fit of the gamma distribution for monthly values is analyzed. The Kolmogorov-Smirnov test is applied in order to establish the fit degree of that distribution to the frequencies of rainfall per month.

Rainfall probabilities are calculated above 15, 25, 50, 75, 100, 150 and 200 milimeters with the gamma distribution and the binomial distribution for the prediction of those values.

The goodness of fit of the model used is higher in the summer period for in this village the rains are seasonal. Being the summer months the rainy term, the best fits were achieved in these periods with greater quantities of pluviometric records.

1: Fuente de financiamiento: Secretaría de Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional de Catamarca.

INTRODUCCIÓN:

El territorio catamarqueño se extiende dentro de las zonas áridas y semiáridas, siendo por ello necesario realizar estudios sobre distintos aspectos hídricos, que limitan los rendimientos de los cultivos en la región.

Las Peñas, en el Departamento La Paz de esta Provincia, se encuentra ubicada en la región Este de esta Provincia, más precisamente en el Sud-sudeste del Departamento, a los 29°30' de latitud Sur y 65°30' de longitud Oeste. Es un campo comunero conformado por productores de ganado caprino en el cual un grupo de investigadores de la Universidad Nacional de Catamarca desarrolla tareas de investigación y asistencia incorporando cultivos promisorios a secano para regiones áridas y semiáridas, base de la alimentación animal.

Con datos disponibles de precipitaciones mensuales, se pretende incorporar información sobre las probabilidades mensuales de lluvia de manera que éstas sean referencia para el cultivo a secano de pastizales y arbustos forrajeros.

En este trabajo se analizan frecuencias de lluvias mensuales de la localidad y el ajuste correspondiente logrado con la distribución gamma. Esta distribución ha sido utilizada con éxito por (Ravelo y Seiler, 1978) para la predicción de probabilidades de lluvia en regiones áridas y semiáridas, quienes la aplicaron a 40 localidades cordobesas. Se utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov para probar la bondad de este ajuste. El conocimiento de estas probabilidades contribuirá al mejor aprovechamiento de las disposiciones pluviométricas de la región a los fines agrícolas.

MATERIALES Y MÉTODOS:

Distribución gamma:

La distribución gamma abarca un amplio rango de asimetrías, su distribución de probabilidades está dada por la siguiente fórmula:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} X^{\alpha-1} e^{-\beta x}$$

para

$$x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

y

$$f(x) = 0$$

en cualquier otra parte. La variable x es la considerada, α y β son los parámetros de la distribución. La expresión $\Gamma(\alpha)$ es la función gamma, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} X^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

Se analizaron los valores mensuales de lluvia de la Localidad correspondientes al período 1961-1994, de una sola estación meteorológica perteneciente al Servicio Meteorológico Nacional, ubicada en la Estafeta Postal, los datos se completaron en el mismo Servicio y en la Dirección de Hidráulica de la Provincia de Catamarca. No se completó la serie de datos diarios, por lo que no se los analiza. No se tuvieron en cuenta períodos mensuales ó anuales incompletos de datos.

La estimación de los parámetros fue realizada con el método de máxima verosimilitud (Thom, 1958).

Las ecuaciones utilizadas fueron las siguientes:

$$A = \ln \alpha - \psi(\alpha) = \ln \bar{x} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

donde x es la variable considerada, x su media aritmética y ψ la función digamma. La resolución de esta función se obtiene por expansión en series, dado que no tiene fórmula explícita. Se consideran los tres primeros términos de la serie asintótica para y se despeja como si fuera una ecuación cuadrática.

El parámetro resulta de:

$$\alpha = \frac{1}{4A} \left(1 + \left(1 + \frac{4A}{3} \right)^{1/2} \right)$$

Dado que se tomaron en cuenta sólo los tres primeros términos de la serie, se debió sumar al valor obtenido la siguiente corrección:

$$C = \frac{\alpha - 1}{24 - 96\alpha} + 0,0092$$

para $\alpha > 0,90$.

Se halla β con la relación:

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha}$$

De acuerdo con lo enunciado por Thom, (1958) debe diferenciarse la distribución estadística de meses con precipitación y la distribución sin dicho evento, considerando que ellas pertenecen a dos diferentes condiciones físicas de la atmósfera. Por lo tanto, la distribución de las precipitaciones es una distribución mixta formada por una población de valores discretos (ocurrencia o no de lluvias) y una población de valores continuos (lluvia medida) con límite inferior de cero milímetros. La primera función es ajustada por una distribución binomial mientras que la segunda lo es por la función gamma incompleta.

Se utilizó un paquete estadístico (Q-PRO para Window 95) para determinar la probabilidad de lluvia con la distribución gamma.

La probabilidad de ocurrencia o no de lluvia se determinó con la relación:

$$\text{Probabilidad de no ocurrencia (q)} = \frac{\text{Período sin lluvia}}{\text{Período con y sin lluvia}}$$

$$\text{Probabilidad de ocurrencia (p)} = 1 - q$$

La probabilidad p de obtener al menos determinados niveles de lluvia (x) se logró mediante:

$$P(x \geq x_i) = 1 - P(x \leq x_i)$$

donde

$$P(x \geq x_i) = q + p F(x, \alpha, \beta)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN:

La prueba de Kolmogorov-Smirnov (Kreyszig, 1970) fue aplicada para establecer el grado de ajuste de la distribución gamma a las frecuencias de lluvias mensuales. Massey (1951) demostró que esta prueba es más eficiente que la Chi cuadrado para determinar la bondad del ajuste. La hipótesis a poner a prueba es que la función $F(x)$ es la función de distribución de la población de donde se tomó la muestra, siendo los valores de la distribución empírica $F'(x)$.

La prueba estadística consiste en hallar la desviación máxima absoluta entre los valores de la distribución empírica ($F'(x)$) y la distribución teórica ($F(x)$) (Feller, 1948):

$$a = |F'(x) - F(x)|$$

Se escoge un nivel de significancia, se halla c en la tabla para esta prueba. Si el valor de $a < c$, no se rechaza la hipótesis.

Tabla 1: Parámetros α y β de la distribución Gamma, tamaño de la muestra (n), máxima diferencia absoluta observada, c crítico al nivel 0,05.

MES	ALFA	BETA	n	Máx.dif. absoluta	c crítico 5 %	Resultado del test
Enero	2,19076	37,50739	30	0,065478	0,242	No rech.
Febrero	1,699811	48,76938	30	0,158467	0,242	No rech
Marzo	1,488289	44,04502	30	0,126739	0,242	No rech
Abril	1,691709	17,82435	25	0,089634	0,264	No rech
Mayo	4,956071	2,572602	10	0,066303	0,409	No rech
Junio	2,101405	4,236992	11	0,125754	0,391	No rech
Julio	1,192608	10,19375	14	0,060114	0,349	No rech
Agosto	1,147296	15,3943	11	0,077465	0,391	No rech
Setiembre	1,200281	16,98067	19	0,033268	0,301	No rech
Octubre	2,363734	10,02047	28	0,084652	0,250	No rech
Noviemb.	2,046117	21,77918	29	0,069531	0,246	No rech
Diciembre	1,689331	34,80776	30	0,053589	0,242	No rech

Como se observa en la tabla, cuanto mayor es el tamaño de la muestra, menor es la diferencia máxima absoluta, en general, la distribución gamma brinda un mejor ajuste a medida que aumenta el tamaño de la muestra.

Dado que en esta localidad, las lluvias son estacionales, con una época lluviosa (período estival) y otra seca (período invernal), la bondad del ajuste del modelo utilizado es superior en los meses de verano y decae sensiblemente en los meses de invierno.

Se comparan las curvas de frecuencia observadas para los distintos meses con las respectivas curvas de frecuencias esperadas como resultado de aplicar la distri-

bución gamma a las mismas observaciones de lluvia. En general, la distribución de frecuencias teóricas se asemeja muy bien a la distribución de frecuencias observadas, en pocos casos se notó un ajuste pobre por parte del modelo estadístico: meses de febrero, marzo y mayo.

Se representa la probabilidad de precipitaciones mensuales en la localidad para distintos meses del año (Fig. 1 y 2).

En la Tabla 2 se presentan las probabilidades mensuales de ocurrencia de lluvia para la misma localidad así como los valores de los parámetros con los que se puede determinar valores de probabilidad de otros niveles de precipitación utilizando el software mencionado anteriormente.

Tabla 2: Probabilidad de recibir al menos 15, 25, 50, 75, 100, 150 o 200 mm de precipitación.

MES	MEDIA	ALFA	BETA	P(X>15)	P(X>25)	P(X>50)	P(X>75)	P(X>100)	P(X>150)	P(X>200)
1	82,16	2,19	37,50	0,9573	0,8904	0,6715	0,4619	0,3001	0,1141	0,0398
2	82,89	1,70	48,77	0,8998	0,8225	0,6142	0,4340	0,2968	0,131	0,0551
3	65,55	1,49	44,05	0,8219	0,7185	0,4827	0,3095	0,1934	0,0722	0,026
4	30,15	1,69	17,82	0,5352	0,3709	0,1265	0,0387	0,0112	0,0009	0
5	12,75	4,95	2,57	0,0913	0,0102	0	0	0	0	0
6	8,90	2,10	4,24	0,0490	0,0073	0	0	0	0	0
7	12,15	1,19	10,19	0,1247	0,0501	0,0048	0,0004	0	0	0
8	17,66	1,14	15,39	0,1470	0,0805	0,0171	0,0035	0,0007	0	0
9	20,38	1,20	16,98	0,2891	0,1706	0,0432	0,0106	0,0025	0,0001	0
10	23,68	2,36	10,02	0,5645	0,3237	0,0550	0,0072	0,0009	0	0
11	44,56	2,05	21,78	0,7536	0,6107	0,3025	0,1311	0,0529	0,0076	0,001
12	58,80	1,69	34,81	0,8791	0,7583	0,4773	0,2797	0,1576	0,0467	0,0131

Figura 1: Probabilidad de Precipitaciones. Diciembre, Enero, Febrero.

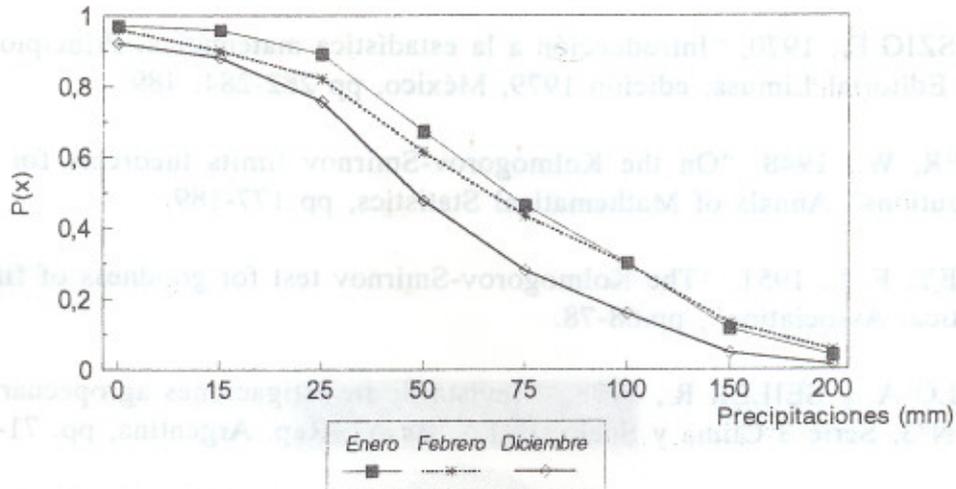
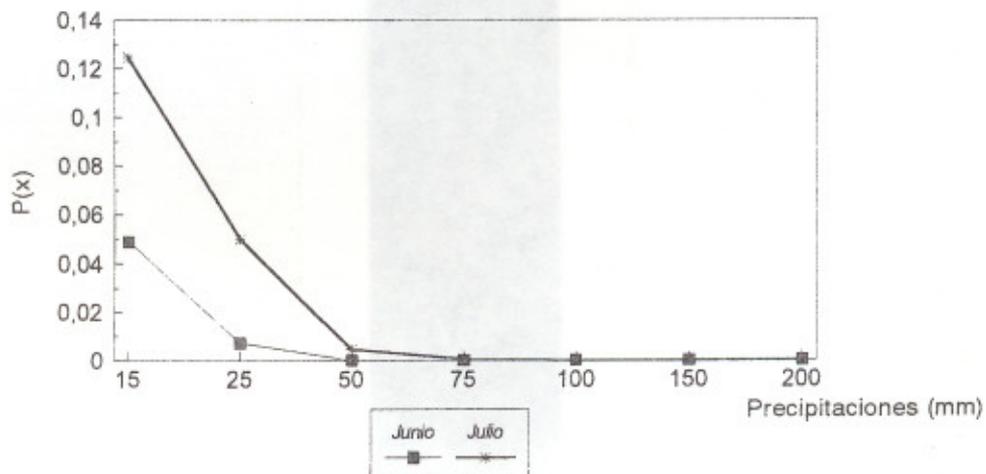


Figura 2: Probabilidad de Precipitaciones. Junio, Julio.



CONCLUSIONES:

- La distribución gamma ha demostrado ser un modelo estadístico adecuado para ajustar la distribución de las lluvias de los períodos mensuales, hecho corroborado en el test de Kolmogorov-Smirnov. El ajuste es más notable en los meses con mayor cantidad de registros pluviométricos.
- Los valores de probabilidad establecidos para los meses estivales deben ser usados con precaución dada la escasa cantidad de datos que se tienen para la determinación de los parámetros de la distribución. Se recomienda la utilización de períodos mayores de 30 años.

BIBLIOGRAFÍA:

- KREYSZIG E., 1970, "Introducción a la estadística matemática. Principios y métodos", Editorial Limusa, edición 1979, México, pp 282-284, 489.
- FELLER, W., 1948, "On the Kolmogorov-Smirnov limits theorems for empirical distributions" *Annals of Mathematical Statistics*, pp 177-189.
- MASSEY, F. J., 1951, "The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit", *J. Am. Statistical Association*", pp.68-78.
- RAVELO A. y SEILER R., 1978, "Revista de investigaciones agropecuarias", Vol. XIV, N°3, Serie 3 Clima y Suelo, INTA, Bs As, Rep. Argentina, pp. 71-136.
- THOM, H. C. S., 1958, "A note on the Gamma Distribution", *Monthly Weather Review*, pp. 117-122.



CONCLUSIONES:

La distribución gamma es adecuada para modelar los datos de precipitación de los períodos de estudio. El ajuste de la distribución gamma a los datos de precipitación de los períodos de estudio se realizó mediante el método de los momentos. El ajuste de la distribución gamma a los datos de precipitación de los períodos de estudio se realizó mediante el método de los momentos. El ajuste de la distribución gamma a los datos de precipitación de los períodos de estudio se realizó mediante el método de los momentos.