# GUIAS DE ACTIVIDADES Y TRABAJO PRACTICO N° 4

**OBJETIVOS:**
**Lograr que el Alumno:**
- **Interprete el concepto de función inversa, su existencia y grafica.**
- **Interprete el comportamiento de variables proporcionales.**

**CONTENIDOS:**
- **Funciones inversas.**
- **Variables directamente proporcionales e inversamente proporcionales.**

**NOTA:**
- Los ejercicios indicados con **(EO)** son ejercicios obligatorios y formaran la carpeta de trabajos prácticos.
- Es requisito para los alumnos aspirantes al Régimen de Promoción de la Asignatura presentar esta guía de trabajos prácticos con todos los ejercicios (EO) desarrollados hasta el día siguiente al primer parcial.
- Los ejercicios de aplicación Biológica se indican con **(AB).**

**ACTIVIDAD:**

**Funciones Inversas:**

**Ejemplo 1.-** Vimos ya en el ejemplo 1 del práctico anterior que el proceso de rehabilitación se caracteriza por un efecto de rendimientos decrecientes, o sea, la recuperación de la funcionalidad suele aumentar con la duración del programa de terapia, y que a la larga se advierte un menor mejoramiento en relación con las actividades posteriores del programa. Además, la función matemática que describe en costo $C$ de un programa de este tipo en función del porcentaje de la funcionalidad recobrada $x$, es una función racional cuya forma es:

$$C = f(x) = \frac{5x}{120 - x} \text{ donde } 0 \le x \le 100$$

donde $C$ se mide en miles de pesos.
Busquemos ahora expresar la recuperación $x$ de la funcionalidad en términos del costo $C$ que significó tal tratamiento.

**Solución:** Ahora pretendemos expresar $x$ en función de $C$. Partiendo de la forma dada debemos despejar $x$, esto es:

$$C = \frac{5x}{120 - x} \text{ se obtiene } x = \frac{120C}{5 + C}$$

De esta manera el porcentaje de una recuperación esta dada en función del costo $C$. Tal función es inversa de la anterior. Por lo tanto podemos indicar:

$$x = f^{-1}(C) = \frac{120C}{5 + C}$$

Debe recordarse que no toda función tiene inversa. Por otro lado los conjuntos cambian de funcionalidad, mientras que para la función un conjunto es el dominio para su inversa es la imagen, y a su vez mientras el otro conjunto fue la imagen en la inversa es el dominio. Esto lleva a pensar en el comportamiento grafico de una función y su inversa. Así pues, una forma de hallar la inversa de una función si esta existe es comenzar cambiando la variables $x$ e $y$ ,y volviendo a despejar $y$, para poder graficar en un mismo sistema de coordenadas cartesianas: **gráficamente las funciones inversas son simétricas respecto a la bisectriz del primer y cuarto cuadrante.**

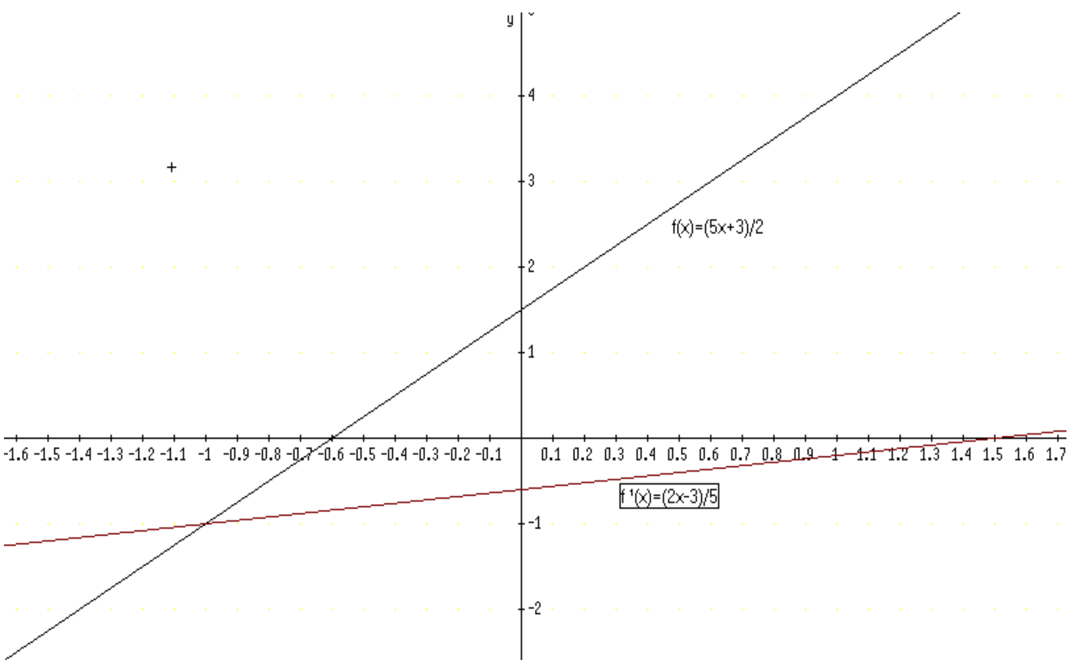
**Ejemplo 2.-** Dada la función $f(x)=\dfrac{5x+3}{2}$, halle la inversa si existe, luego grafique en un mismo sistemas de coordenadas cartesianas el par de funciones: la dada y su inversa

**Solución:** Llamemos $y$ a $f(x)$, $y=\dfrac{5x+3}{2}$

Cambiamos las variables $x=\dfrac{5y+3}{2}$, entonces a partir de allí despejamos a $y$.

Entonces resulta $f^{-1}(x)=y=\dfrac{2x-3}{5}$

Ahora graficamos ambas funciones:




## EJERCICIOS:

**1.- (EO)** Dada una función $f: A \to B$, tal que todo elemento $y \in B$ puede ser expresado como imagen de un único elemento $x \in A$ mediante $y=f(x)$, se dice que tiene una función inversa $g: B \to A$ si se verifica ..........................................................
A ésta función inversa se la denota en términos de $f$ de la forma $f^{-1}$.

**2.- (EO)** Dadas las siguientes funciones, halle la inversa en cada caso si existen, luego grafique en un mismo sistemas de coordenadas cartesianas el par de funciones: la dada y su inversa

**a.-** $f(x)=3x+5$ **b.-** $f(x)=x^2+3$ **c.-** $f(x)=x^3-1$ **d.-** $f(x)=\sqrt{x}-2$

## Variables directamente e inversamente proporcionales

El comportamiento de las variables dependientes respecto de las variables independientes está dado según la ley de asignación de la función. Además, dos comportamientos muy particulares se dan cuando ocurre alguno de los siguientes casos:

**A.-**Una variable dependiente $y$ se dice que es directamente proporcional a la variable independiente $x$ si existe una constante no nula $k$ tal que $y = kx$.

**B.-** Una variable dependiente $y$ se dice que es inversamente proporcional a la variable independiente $x$ si existe una constante no nula $k$ tal que $y = \frac{k}{x}$.

**Ejemplo 3.-** El peso aproximado del cerebro de una persona es directamente proporcional al peso de su cuerpo, tal que para una persona que pesa 68kilogramos observa un peso cerebral aproximado de 1,8kilogramos.

**a)** Expresar el peso aproximado en kilogramos del cerebro de una persona como función de su peso corporal.

**b)** Calcular el peso aproximado del cerebro de una persona cuyo peso es de 80kilogramos.

**Solución:**

**a)** Sea $f(x)$ el peso aproximado del cerebro de una persona de $x$ kgs de peso. Entonces
$f(x) = kx$

Como $f(68) = 1{,}8$ resulta $k68 = 1{,}8$, por lo tanto $k = \frac{1{,}8}{68} = \frac{9}{340}$.

Asi $f(x) = \frac{9}{340}x$

**b)** El peso aproximado del cerebro de una persona de 80 kilogramos es

$$f(80) = \frac{9}{340}80 = 2{,}12 \text{ kg}$$

## EJERCICIOS:

**3.-(EO)(AB)** El peso muscular aproximado de una persona es directamente proporcional al peso del cuerpo.

**a)**Exprese el peso muscular aproximado en kilogramos de una persona como función de su peso corporal si éste es de 68kg y tiene un peso muscular aproximado de 27kg.

**b)**Calcule el peso muscular aproximado de una persona de 81kg de peso.

**4.-(EO)(AB)** Se desea cercar un terreno rectangular para un cultivo experimental, para lo cual se utilizará 240 metros lineales de alambre.

**a)** Si $x$ es la longitud del terreno, exprese el área del terreno como función de $x$.

**b)** Indique el dominio de la función.(Sugerencia: recuerde la relación del perímetro).

**5.-(EO)(AB)** El Departamento de Salud de un estado estima que el número de consumidores de cocaína en él ha ido aumentando en un porcentaje lineal. El número de drogadictos en 1980 fue de 950.000 y en 1985 fue de 1.025.000.

**a)**Determine la función $n=f(t)$, donde $n$ representa el número de consumidores y $t$ es el tiempo medido en años a partir de 1980, o sea, $n=0$, empleando los dos puntos de los datos.

**b)**Comente la interpretación de la pendiente.

**c)**Si el número de drogadictos sigue creciendo de acuerdo con ésta función, ¿cuándo llegará a 1.250.000?

**6.-** La entrada a un Museo de Ciencias Naturales que es visitada por delegaciones de estudiantes cuesta \$15,00 a cada visitante si la delegación tiene menos de 20 personas. Sin embargo, si la delegación tiene 20 o mas, el costo de la entrada se reducirá en \$0,50 por cada visitante que exceda a veinte.
**a)** Llamando $x$ la cantidad de visitantes por delegación, exprese el monto recaudado por delegación, en función de $x$.
**b)** Mencione el dominio de la función hallada.

**Respuestas de algunos ejercicios:**

**2.- a.-** $f^{-1}(x)=\dfrac{x-5}{3}$ **b.-** $f^{-1}(x)=\sqrt{x-3}$ **c.-** $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+1}$ **d.-** $f^{-1}(x)=(x+2)^2$

**3.-a)** $f(x)=\dfrac{27}{68}x$ **b)** $f(x)=23{,}426kg$

**4.-a)** $A(x)=120x-x^2$**.** **b)** $Df=[0{,}120]$

**5.-a)** $f(x)=15000x+950000$**,** **b)** En el año 2000