GUIAS DE ACTIVIDADES Y TRABAJO PRACTICO N° 18

OBJETIVOS:
Lograr que el Alumno:

- **Interprete las funciones inversas de las trigonométricas.**
- **Resuelva derivadas e integrales de expresiones que contienen funciones trigonométricas.**
- **Resuelva expresiones y problemas de aplicaciones con funciones trigonométricas.**

CONTENIDOS:

- **Funciones inversas de las trigonométricas**
- **Derivadas e integrales de funciones trigonométricas**

NOTA:

- Los ejercicios indicados con **(EO)** son ejercicios obligatorios y formaran la carpeta de trabajos prácticos.
- Es requisito para los alumnos aspirantes al Régimen de Promoción de la Asignatura que han presentado la primera parte de la carpeta completa, presentar esta guía de trabajos prácticos con todos los ejercicios (EO) desarrollados hasta el día siguiente al segundo parcial.
- Los ejercicios de aplicación Biológica se indican con **(AB).**

ACTIVIDADES

a) Funciones trigonométricas inversas

En la unidad 1 vimos funciones inversas de una dada, allí se analizó la existencia de la función inversa, la condición para su existencia en el caso de funciones polinómicas. Otros casos de funciones inversas se dio con las funciones exponenciales y logarítmicas.
En cuanto a las funciones trigonométricas, debemos recordar que la v.i. es el valor angular y según cual fuera la función trigonométrica tenemos una de las seis razones entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.
Además se vio que podemos extender el dominio de la función seno y coseno, a todos los reales. Pero esta extensión implica que a valores distintos de medidas angulares se observen iguales imágenes en cualquiera de las funciones trigonométricas. Mas aún, para valores angulares de un mismo giro, ya se cuenta con esta situación, en efecto, solo basta pensar que seno de 0° y de 180°, son ambos nulos.
Ahora si pensamos que una función inversa es aquella que conociendo el valor de la función trigonométrica lo que se debe buscar es el valor angular, entonces nos debe dar esto en forma única. Por ello debe recordarse para cada una de las funciones trigonométricas que valores existen para cada cuadrante.
Estas funciones inversas pueden denotarse en términos de la notación ya usada en el capítulo 1. Así se tiene: $sen^{-1}, cos^{-1}, tg^{-1}, cot\,g^{-1}, sec^{-1}, cos\,ec^{-1}$ como notaciones de las funciones inversas de las funciones trigonométricas. Otra forma usada hace referencia al sentido de la imagen de tales funciones inversas. En efecto, lo que pretendemos encontrar es el valor del ángulo o del arco, por ello se dice arco seno a la inversa de la función seno. Esto es las notaciones son: *arcsen*, *arccos*, *arctg*, *arccotg* , *arcsen* y *arccosec.*

Ejemplo 1: Hallar la medida del ángulo sabiendo que su seno es 0,7212.
Solución: Vamos a usar en una calculadora científica la función correspondiente según el tipo de máquina.
$sen\,x = 0{,}7212$ entonces la forma de despejar la incógnita es mediante la función inversa
$x = arcsen\,0{,}7212 = sen^{-1}0{,}7212 = 46{,}15\,°$

Recordando el comportamiento de la grafica de la función seno o bien con el segmento representativo de la función seno sabemos que para el ángulo de medida $180° - 46{,}15° = 133{,}85°$, le corresponde también el mismo valor de la función seno.
Una forma es identificar el cuadrante al que pertenece el valor angular buscado.

Ejemplo 2: Hallar la medida del ángulo del cuarto cuadrante, sabiendo que su coseno es 0,1375.
Solución: Como $cos\ x = 0{,}1375$ entonces aplicamos la función inversa

$$x = arccos\, 0{,}1375 = sen^{-1} 0{,}1375 = 82{,}10\,°$$

Pero este valor angular no pertenece al cuarto cuadrante, ubicamos entonces un ángulo con igual segmento representativo, pero que este en el IV cuadrante. Para este caso es el ángulo opuesto. Así $x = -82{,}10°$ o bien si queremos tomarlo positivo sumamos $360°$ y resulta x=277,90°.

EJERCICIOS:

1.-(EO) Hallar en cada uno de los apartados los ángulos que cumplen con las condiciones dadas, donde I, II, III y IV son los cuadrantes:

a.- $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}437 \quad \alpha \in I$
b.- $\cos\alpha = 0{,}906 \quad \alpha \in I$
c.- $\operatorname{sen}\alpha = -0{,}375 \quad \alpha \in III$
d.- $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}726 \quad \alpha \in II$
e.- $\cos\alpha = -0{,}523 \quad \alpha \in II$
f.- $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}273 \quad \alpha \in I$
g.- $\operatorname{tg}\alpha = 5{,}394 \quad \alpha \in III$
h.- $\operatorname{tg}\alpha = -2745 \quad \alpha \in IV$

b) Derivada e integrales de funciones trigonometricas seno y coseno

Sea u una función diferenciable de x, entonces:

- $D_x(sen\, u) = \cos u\ D_x\ u$
- $D_x(\cos u) = -sen\, u\ D_x\ u$
- $\int sen\, u\, du = -\cos u + C$
- $\int \cos u\, du = sen\, u + C$

EJERCICIOS:

2.- (EO) Obtener la derivada de las funciones siguientes:

a) $f(x) = 3senx$ **b)** $g(x) = senx + cos\,3x$ **c)** $g(x) = x\ sen\ x + \cos x$

d) $f(x) = cos^2 x - 2x\ sen\,5x - 2\,cos\,3x$ **e)** $f(x) = \dfrac{sen\ x}{1 - cos\ x}$ **f)** $f(x) = \dfrac{sen\ x - 1}{cos\ x + 1}$

3.- Evaluar las derivadas de la función f dada en el punto a indicado:

a) $f(x) = \dfrac{\cos x}{x} \quad a = \dfrac{\pi}{2}$
b) $f(x) = x^2 \cos x - senx \quad a = 0$
c) $f(x) = \dfrac{2\cos x - 1}{senx} \quad a = \dfrac{2\pi}{3}$
d) $f(x) = \dfrac{senx}{\cos x - senx} \quad a = \dfrac{3\pi}{4}$

4.- (EO) Resolver las siguientes integrales:

a) $\int sen\,4x\,dx$ **b)** $\int \dfrac{1}{2}\cos 6x dx$ **c)** $\int \cos x(2 + senx)^3\ dx$