Repasando lo aprendido...

...con una propuesta autoinstruccional

Te propongo un rápido repaso en matemática básica, que te será de suma utilidad para fijar los conocimientos dados. Sólo te brindo una guía de estudio que te permitirá recordar lo más esencial. Ordenamos el repaso en dos capítulos:

I – Expresiones Algebraicas

II– Función

La propuesta es:

1) Repasamos juntos y resolvemos los ejercicios propuestos para expresiones algebraicas y funciones, cotejando con la resolución dada en este impreso
2) Resuelve después los ejercicios de autoevaluación que figuran a partir de la página 44 y controla con las claves de corrección.
3) Si realizas más del 80% de los ejercicios, ¡felicitaciones!. Si el porcentaje de acierto es menor, preocúpate y hazlos de nuevo.

I–EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Recordemos la definición de expresión algebraica:

"expresión algebraica es una combinación cualquiera de números expresados por letras o por letras y cifras, si y sólo si estos números están vinculados un número finito de veces por la adición, la sustracción, la multiplicación, la división, la potenciación y la radicación".

Ejemplos:

$3\ x^4 - 2\ x^3\ y + 10\ x^2\ y^2 - 2\ x\ y^3 + y^4$

$$\frac{4\ x - 2}{x + 1} - \frac{3}{x - 1}$$

Las expresiones algebraicas enteras (las que sólo contienen las

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

operaciones de suma, sustracción, multiplicación y potenciación de exponente entero no negativo, o sea las operaciones llamadas "enteras") se dividen en monomios y polinomios.
Ejemplo:

$3\, x^2\, y$ es un monomio

$2\, x^3\, y + 6\, x\, y^2 - 3\, x\, y$ es un polinomio

RAÍZ DE UN POLINOMIO

Se llama raíz de un polinomio en x a todo numero que escrito en el lugar de x hace que el valor numérico del polinomio sea cero.

Si P(**a**) = 0; **a** es raíz de P(x)

MULTIPLICIDAD DE UNA RAÍZ

Dado el polinomio P(x); si **a** es raíz del polinomio y P(x) es divisible por $(x - a)^k$ pero no es divisible por $(x - a)^{k+1}$ se expresa que **a** es raíz múltiple y que su multiplicidad es k.

FACTOREO

Factorear un polinomio es presentarlo como una multiplicación de expresiones algebraicas enteras.
Con estos conceptos en claro, ya puedes abordar los ejercicios que siguen:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS

1) Encuentra el resultado de las operaciones indicadas

a) $(x^3 - 5x^2 + 7x - 2) + (-2x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 5x + 6)$
b) $4(x^3 - 2x - 1/2)$
c) $2(x^3 + 6x^2 - 5x - 3) - 3(x^3 - x^2 + 6x - 3)$
d) $(x^3 - 5x^2 + 7x - 3)\ (x^2 - 3x + 5)$
e) $(1 - 2x + 3x^2 - 5x^3)\ (5 + 4x - 2x^2 + x^3)$

2) Encuentra el resultado de las operaciones indicadas

a) $(x^5 + 3x^4 + 2x^3 - x + 2) : (2x^3 - x + 1)$
b) $(x^3 - 2x^2 - 3x + 1) : (x^2 - 3x + 2)$

3) Calcula los cocientes de las divisiones indicadas

a) $(3x^4 + 6x^3 - x + 1) : (x + 2)$
b) $(x^4 - 3) : (x - 2)$
c) $(x^5 + 3x - 2) : (x - 1)$

4) Indica si el dividendo es divisible por el divisor, sin efectuar la división

a) $(3x^4 - 2x^3 + 6x - 3) : (x - 3)$
b) $(6x^3 + 2x^2 - 3x - 50) : (x - 2)$
c) $(x^3 - 5x^2 + 3x + 1) : (x - 1)$

5) Calcula el valor numérico P(**a**) en los siguientes polinomios

a) $P(x) = x^4 - x^2 - 6$ para $\mathbf{a} = -2$
b) $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ para $\mathbf{a} = 1$
c) $P(x) = x^5 - x^3 + 6x - 3$ para $\mathbf{a} = -1$

6) Averigua si 2 es raíz del siguiente polinomio

$$P(x) = 3x^2 - 5x - 2$$

7) Encuentra las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - 2x$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

8) Encuentra el polinomio de cuarto grado cuyas raíces son 2, 3, –2, –1 y el valor del coeficiente de cuarto grado es 2.

9) Encuentra el polinomio P(x) de tercer grado cuyas raíces son los números 1, 2, –2 siendo

a) $P(0) = 2$
b) $P(0) = 12$

10) Simplifica las fracciones racionales

a) $\dfrac{16x^4 - 1}{4x^2 + 1}$

b) $\dfrac{x - \dfrac{9}{x}}{1 + \dfrac{3}{x}}$

11) Calcula el resto de dividir $4x^3+2x-10$ por

a) $x-3$
b) $x+3$
c) $x-1$

12)Determina el valor de **a** para que el polinomio

$$4x^3 + ax^2 + 3x - (3a + 1)$$

sea divisible por $x+2$

13) Determina los coeficientes a, b y c para que el polinomio x^3+ax^2+bx+c sea divisible por x, por $x - 2$ y por $x + 2$

14) Calcula

a) $\dfrac{x^5-32}{x-2}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b) $\dfrac{x^4-256}{x+4}$

c) $\dfrac{x^4-256}{x-4}$

d) $\dfrac{x^4+81}{x+3}$

e) $\dfrac{x^4+625}{x-5}$

15) Factorea los siguientes polinomios

a) $6xy^3-3x^2y^2-18x^3y$

b) $25x^5+15x^4-5x^3$

16) Factorea

a) $ax-bx-ay+by$

b) $xy-xz+uy-uz$

c) $2x-2y+2-xz+yz-z$

d) $2xy-6x+5y^2-15y$

17) Factorea:

a) x^4+8x^2+16

b) a^4-10a^2+25

c) $4x^2+12x^4+9x^6$

18) Factorea

a) $x^9+6x^6+12x^3+8$

b) $8y^6-36xy^4+54x^2y^2-27x^3$

c) $\dfrac{125}{8}x^6-\dfrac{25}{4}x^4y+\dfrac{5}{6}x^2y^2-\dfrac{1}{27}y^3$

19) Factorea

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

a) $16-y^2$

b) $169y^6-64x^4$

20) Factorea

a) $169\ x^4\ -49$

b) y^5+32

RESOLUCIÓN

1)

a) $-2x^4+3x^3+3x^2+2x+4$

b) $4x^3-8x-2$

c) $2x^3+12x^2-10x-6-3x^3+3x^2-18x+9=$
$=-x^3+15x^2-28x+3$

d)

$$\begin{array}{r}
x^3-5x^2+7x-3 \\
x^2-3x+5 \\
\hline
x^5-5x^4+7x^3-3x^2 \qquad\qquad\quad \\
-3x^4+15x^3-21x^2+9x \qquad\quad \\
5x^3-25x^2+35x-15 \\
\hline
x^5-8x^4+27x^3-49x^2+43x-15
\end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r}
1-2x+3x^2-5x^3 \\
5+4x-2x^2+x^3 \\
\hline
5-10x+15x^2-25x^3 \qquad\qquad \\
4x-8x^2+12x^3-20x^4
\end{array}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 4x^3 - 6x^4 + 10x^5 \qquad\qquad \\ x^3 - 2x^4 + 3x^5 - 5x^6 \\ \hline 5 - 6x + 5x^2 - 8x^3 - 28x^4 + 13x^5 - 5x^6 \end{array}$$

2)

a)

$$\begin{array}{l|l} x^5 + 3x^4 + 2x^3 \qquad\qquad - x + 2 & 2x^3 - x + 1 \\ \cline{2-2} -x^5 \qquad + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 & \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} \\ \cline{1-1} \qquad 3x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 2 & \\ \quad -3x^4 \qquad + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x & \\ \cline{1-1} \qquad\qquad \frac{5}{2}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x + 2 & \\ \qquad\qquad -\frac{5}{2}x^3 \qquad + \frac{5}{4}x - \frac{5}{4} & \\ \cline{1-1} \qquad\qquad\qquad x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{4} & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l|l} x^3 - 2x^2 - 3x + 1 & x^2 - 3x + 2 \\ \cline{2-2} -x^3 + 3x^2 - 2x & x + 1 \\ \cline{1-1} \qquad x^2 - 5x + 1 & \\ \quad -x^2 + 3x - 2 & \\ \cline{1-1} \qquad -2x - 1 & \end{array}$$

3–

a)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

	3	6	0	–1	1
–2		– 6	0	0	2
	3	0	0	–1	3

Cociente : $3x^3 - 1$

Resto : 3

b)

	1	0	0	0	–3
2		2	4	8	16
	1	2	4	8	13

Cociente: $x^3 + 2x^2 + 4x + 8$

Resto : 13

c)

	1	0	0	0	3	–2
1		1	1	1	1	4
	1	1	1	1	4	2

Cociente: $x^4 + x^3 + x^2 + x + 4$

Resto: 2

4–

a) $3(3)^4 - 2(3)^3 + 6(3) - 3 =$

$= 243 - 54 + 18 - 3$

$= 204$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

El dividendo no es divisible por el divisor

b) $6\,(2)^3 + 2\,(2)^2 - 3\,(2) - 50 =$

$= 48 + 8 - 6 - 50$

$= 0$

El dividendo es divisible por el divisor

c) $(1)^3 - 5\,(1)^2 + 3\,(1) + 1 =$

$= 1 - 5 + 3 + 1$

$= 0$

El dividendo es divisible por el divisor

5)

a) $P(-2) = (-2)^4 - (-2)^2 - 6$

$= 16 - 4 - 6$

$= 6 \qquad P(-2) = 6$

b) $P(1) = 1^3 + 1^2 + 1 + 1$

$= 4 \qquad P(1) = 4$

c) $P(-1) = (-1)^5 - (-1)^3 + 6\,(-1) - 3$

$= -1 + 1 - 6 - 3$

$= -9 \qquad P(-1) = -9$

6) $P(2) = 3\,(2)^2 - 5\,(2) - 2$

$= 12 - 10 - 2$

$= 0$

$\therefore P(2) = 0$; 2 es raíz del polinomio.

7) $x^2 - 2x = x\,(x - 2)$

para que P(x) se haga cero: $x=0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$

las raíces son: $x = 0$ y $x = 2$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

8) Siendo P(x) de enésimo grado o sea de la forma

$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n$

Y siendo $x_1; x_2; \ldots ; x_n$ sus raíces

$P(x) = a_0 (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_n)$

El polinomio buscado es entonces:

$P(x) = 2 (x - 2)(x - 3)(x + 2)(x + 1)$
$P(x) = 2 (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 3x + 2)$
$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 16x + 24$

9) $P(x) = a_0 (x - 1)(x - 2)(x + 2)$
$= a_0 (x^2 - 3x + 2)(x + 2)$
$= a_0 (x^3 + 2x^2 - 3x^2 + 2x + 4)$
$= a_0 x^3 - a_0 x^2 - 4 a_0 x + 4 a_0$

a) $P(0) = 2$

$4a_0 = 2$
$a_0 = 1/2$
$P(x) = 1/2 x^3 - 1/2 x^2 - 2x + 2$

b) $P(0) = 12$

$4 a_0 = 12$
$a_0 = 3$
$P(x) = 3x^3 - 3x^2 - 12x + 12$

10)

a) $\dfrac{16x^4 - 1}{4x^2 + 1} = \dfrac{(4x^2 + 1)(4x^2 - 1)}{4x^2 + 1} = (2x + 1)(2x - 1)$

b) $\dfrac{x - \frac{9}{x}}{x} = \dfrac{\frac{x^2 - 9}{x}}{x} = \underline{(x + 3)(x - 3)} = x - 3$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$1 + \frac{3}{x}$ $\qquad \frac{x+3}{x} \qquad\qquad x + 3$

11)

a) $4\,(3)^3 + 2\,(3) - 10 = 108 + 6 - 10$
$= 104$

b) $4\,(-3)^3 + 2\,(-3) - 10 = -108 - 6 - 10$
$= -124$

c) $4\,(1)^3 + 2\,(1) - 10 = -4$

12)

$$4\,(-2)^3 + a\,(-2)^2 + 3\,(-2) - (3a + 1) = 0$$
$$-32 + 4a - 6 - 3a - 1 = 0$$
$$a - 39 = 0$$
$$a = 39$$
$$a = 39$$

13) Para que sea divisible por x: $c = 0$

Para que sea divisible por $x - 2$:

$2^3 + a\,2^2 + b\,2 + c = 0$
$8 + 4a + 2b + c = 0$
$c = 0$
$4a + 2b = -8 \qquad (1)$

Para que sea divisible por $x + 2$:

$(-2)^3 + a\,(-2)^2 + b\,(-2) + c = 0$
$-8 + 4a - 2b + c = 0$
$c = 0$
$4a - 2b = 8 \qquad (2)$

De (1) y (2):

$\begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ \end{cases}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$4a - 2b = 8$

Sumando miembro a miembro

$8a = 0 \qquad a = 0$

Restando miembro a miembro

$4b = -16 \qquad b = -4$

14) a) $\dfrac{x^5 - 32}{x - 2} = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$

$x^5 - 32$ es divisible por $x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 0 \end{array}$$

b) $\dfrac{x^4 - 256}{x + 4} = x^3 - 4x^2 + 16x - 64$

$x^4 - 256$ es divisible por $x + 4$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & -256 \\ -4 & & -4 & 16 & -64 & 256 \\ \hline & 1 & -4 & 16 & -64 & 0 \end{array}$$

c) $\dfrac{x^4 - 256}{x - 4} = x^3 + 4x^2 + 16x + 64$

$x^4 - 256$ es divisible por $x - 4$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

	1	0	0	0	–256
4		4	16	64	256
	1	4	16	64	0

d) $\dfrac{x^4 + 81}{x + 3} = x^3 - 3x^2 + 9x - 27 + \dfrac{162}{x + 3}$

$x^4 + 81$ no es divisible por $x + 3$

	1	0	0	0	81
-3		-3	9	- 27	81
	1	-3	9	-27	162

e) $\dfrac{x^4 + 625}{x - 5} = x^3 - 5x^2 + 25x + 125 + \dfrac{1050}{x - 5}$

$x^4 + 625$ no es divisible por $x - 5$

	1	0	0	0	625
5		5	25	125	625
	1	5	25	125	1050

15) Sacamos factor común (primer caso)

a) $6xy^3 - 3x^2y^2 - 18x^3y = 3xy(2y^2 - xy - 6x^2)$

b) $25x^5 + 15x^4 - 5x^3 = 5x^3(5x^2 + 3x - 1)$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

16) Formamos grupos de igual número de términos con un factor común en cada uno de ellos (segundo caso).

a) $a x - b x - a y + b y = (a x - b x) + (- a y + b y)$
$= x (a - b) + y (- a + b)$
$= x (a - b) - y (a - b)$
$= (x - y) (a - b)$

b) $x y - x z + u y - u z = (x y - x z) + (u y - u z)$
$= x (y - z) + u (y - z)$
$= (x + u) (y - z)$

c) $2 x - 2 y + 2 - x z + y z - z = (2 x - 2 y + 2)+(- x z + y z - z)$
$= 2 (x - y + 1) + z (- x + y - 1)$
$= 2 (x - y + 1) - z (x - y + 1)$
$= (2 - z) (x - y + 1)$

d) $2 x y - 6 x + 5 y^2 - 15 y = (2 x y - 6 x) + (5 y^2 - 15 y)$
$= 2 x (y - 3) + 5 y (y - 3)$
$= (2 x + 5 y) (y - 3)$

17) Tenemos aquí trinomios cuadrados perfectos

a) $x^4 + 8 x^2 + 16 = (x^2 + 4)^2$

$(x^2)^2 = x^4$; $4^2 = 16$
$2 x^2 4 = 8 x^2$

b) $a^2 - 10 a^2 + 25 = (a^2 - 5)^2$

$(a^2)^2 = a^4$; $5^2 = 25$
$2 a^2 5 = 10 a^2$

c) $4 x^2 + 12 x^4 + 9 x^6 = (2 x + 3 x^3)^2$

$(2 x)^2 = 4 x^2$; $(3 x^3)^2 = 9 x^6$
$2 . 2 x . 3 x^3 = 12 x^4$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

18) Tenemos aquí cuatrinomios cubos perfectos

a) $x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8 = (x^3 + 2)^3$

$(x^3)^3 = x^9$	$3(x^3)^2 \cdot 2 = 6x^6$
$2^3 = 8$	$3 \cdot x^3 \cdot 4 = 12x^3$

b) $8y^6 - 36xy^4 + 54x^2y^2 - 27x^3 = (2y^2 - 3x)^3$

$(2y^2)^3 = 8y^6$	$3(2y^2)^2\, 3x = 36xy^4$
$(3x)^3 = 27x^3$	$3(2y^2)\, 9x^2 = 54x^2y^2$

c) $\frac{125}{8}x^6 - \frac{25}{4}x^4y + \frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{27}y^3 = (5/2\, x^2 - 1/27\, y^3)^3$

$(5/2\, x^2)^3 = 125/8\, x^6$	$3(5/2\, x^2)^2\, 1/3\, y = 25/4\, x^4 y$
$(1/3\, y)^3 = 1/27\, y^3$	$3(5/2\, x^2)(1/3\, y)^2 = 5/6\, x^2 y^2$

19) Tenemos aquí diferencias de cuadrados

a) $16 - y^2 = (4 + y)(4 - y)$

b) $169y^6 - 64x^4 = (13y^3 + 8x^2)(13y^3 - 8x^2)$

20) Tenemos sumas y potencias de igual grado

a) La diferencia de potencias de igual grado es siempre divisible por la diferencia de sus bases.

$169x^4 - 49 = (13x^2 - 7)(13x^2 + 7)$

la diferencia de potencias de igual grado es divisible por la suma de sus bases si el exponente es par.

$169x^4 - 49 = (13x^2 + 7)(13x^2 - 7)$

b) La suma de potencias de igual grado es divisible por la suma de sus bases si el exponente es impar.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$y^5 + 32 = (y + 2)(y^4 - 2y^3 + 8y + 16)$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

II- Función

Tomando como concepto de función al siguiente:
"Una relación es función si y solo si a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento de la imagen o codominio", aceptamos que en una función entran "en juego" los siguientes elementos:

a) A, el conjunto de partida que contiene el dominio
b) B, el conjunto de llegada;
c) $Y = f(x)$, la relación funcional

Un ejemplo:

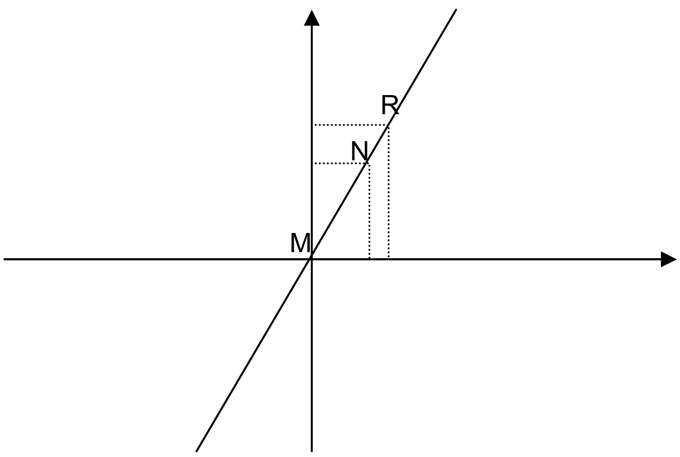
$$A = C,\ B = \Re\ ;\ y = 2x$$

o sea:

$$F = \{(x,y)\ /\ x \in \Re,\ y \in \Re \ \wedge \ y = 2x\}$$

Con $D_F = \Re$ $\quad C_F = \Re$ (Dominio y codominio respectivamente)

Representando a la misma en un sistema de ejes de coordenadas cartesianas:



$M(0,0) \in F$; $N(1;2) \in F$; $R(2;4) \in F$

En general: $P(x;2x) \in F$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

En al práctica, puedes realizar la tabla de valores como sigue:

x	Y = 2x
0	0
1	2
2	4
–1	–2
–2	– 4

Si A es el dominio, B es el conjunto de llegada y **F** la función, la notación:

$F: A \longrightarrow B$ se lee:

"la función aplica al conjunto A en el conjunto B"

Función inyectiva: una función es inyectiva si y sólo si a elementos distintos del dominio corresponden elementos distintos de la imagen.

Función suryectiva: una función es suryectiva si y sólo si todo elemento del conjunto de llegada es un elemento correspondiente de algún elemento del dominio.

Función biyectiva: una función es biyectiva si y sólo si es inyectiva y suryectiva.

Función de primer grado de una variable:

$y = a x + b$ de $\Re \rightarrow \Re$; su gráfica es una recta

Ecuación de primer grado con una incógnita:

$a x + b = 0$; una solución o raíz

Ecuación de primer grado con dos incógnitas:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$a\ x + b\ y + c = 0$; infinitas soluciones (todos los puntos que pertenecen a
$y = -\dfrac{a}{b}\ x - \dfrac{c}{d}$)

Sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

$$\begin{cases} a\,x + b\,y + c = 0 \\ a'x + b'y + c = 0 \end{cases}$$

Si hay solución común el sistema es compatible
Si no hay solución común el sistema es incompatible
Si las soluciones son infinitas o sea las ecuaciones son equivalentes, el sistema es indeterminado.

Un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, se puede resolver por cuatro métodos:

- Método de sustitución
- Método de igualación
- Método de reducción por suma o resta
- Método por determinantes

Funciones de segundo grado de una variable:

$y = a\ x^2 + bx + c$ de $\Re$ en $\Re$ con $a \neq 0$

Ecuación de segundo grado:

$a\ x^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Se resuelve con la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las raíces son dos: x_1 y x_2 y se verifica

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ x_1 \bullet x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS

1) Indica y justifica en que caso la asignación $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ define una función de A en B:

a) $A=\Re \quad \wedge \quad B = \Re$

b) $A=\Re - \{0\} \quad \wedge \quad B = Q$

c) $A=\Re - \{0\} \quad \wedge \quad B=\Re - \{0\}$

d) $A=\Re \quad \wedge \quad B = \Re - \{0\}$

2) Ídem para $x \longrightarrow \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ en los siguientes casos:

a) $A = \Re \quad \wedge \quad B= \Re$

b) $A = \Re - \{1\} \wedge \quad B = \Re$

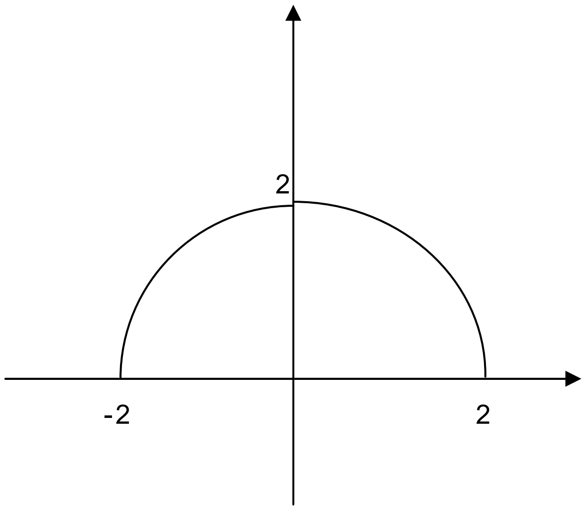
c) $A = Z - \{1\} \quad \wedge \quad B = Q$

d) $A=\{ -2; -1; 0; 2\} \wedge \quad B = Z - \{1\}$

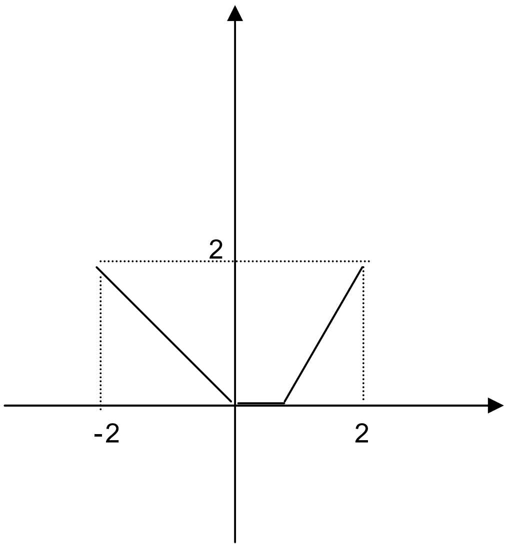
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

3) ¿Cuáles de las siguientes gráficas que representan funciones de $[-2,2]$ en $[0,2]$?

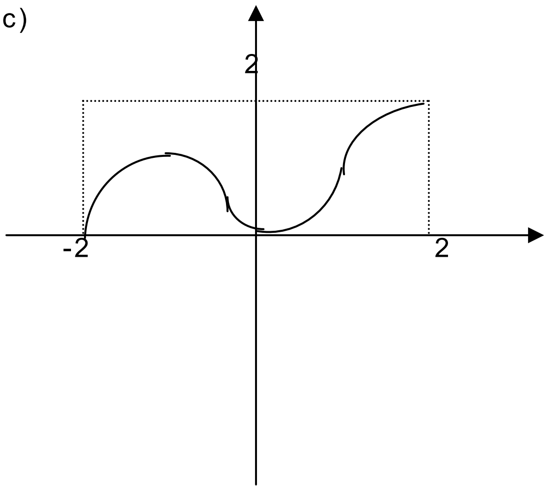
a)



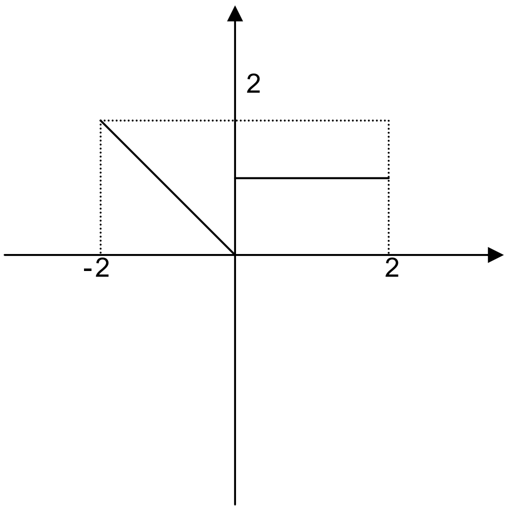
b)



c)

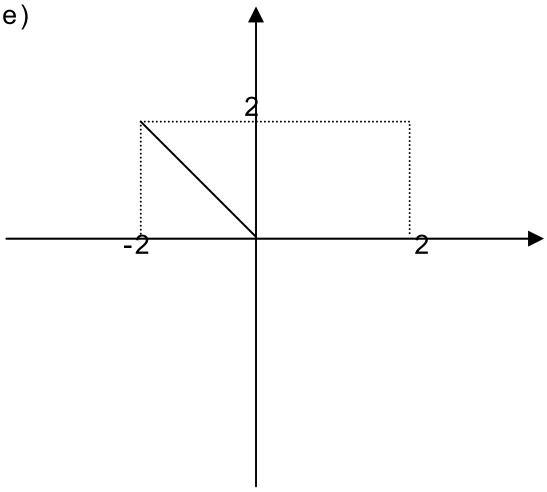


d)

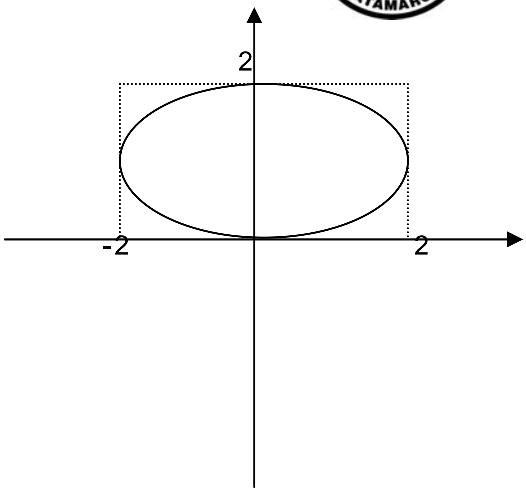


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

e)

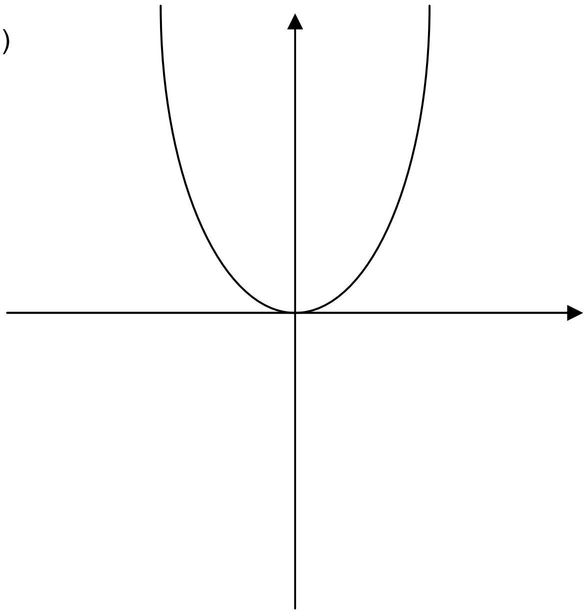


f)

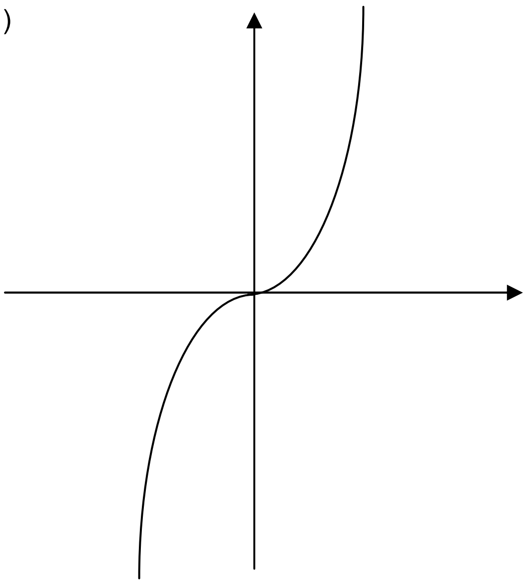


4) ¿Cuáles de los siguientes gráficos representan funciones de $\Re$ en $\Re$?

a)

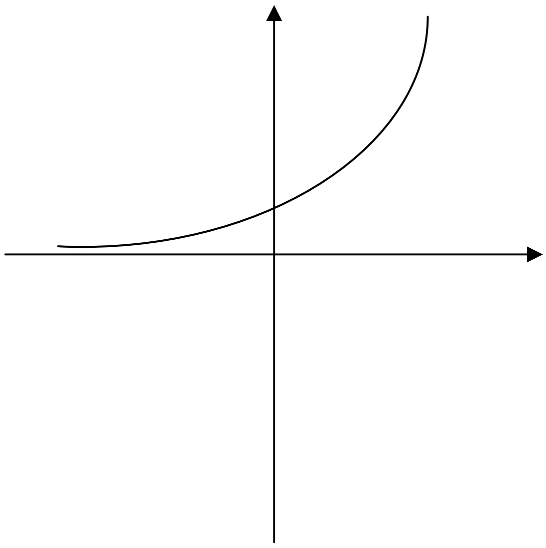


b)

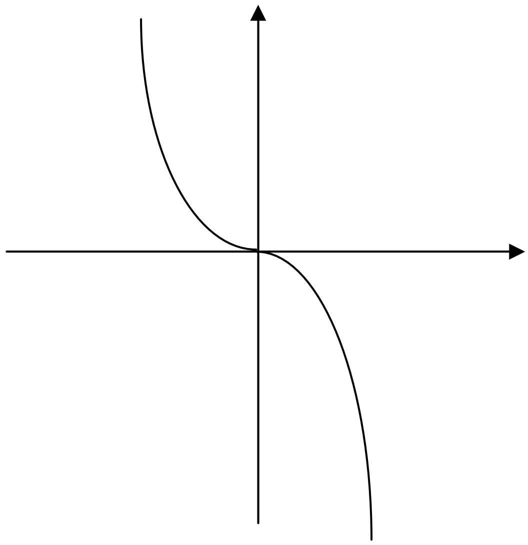


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

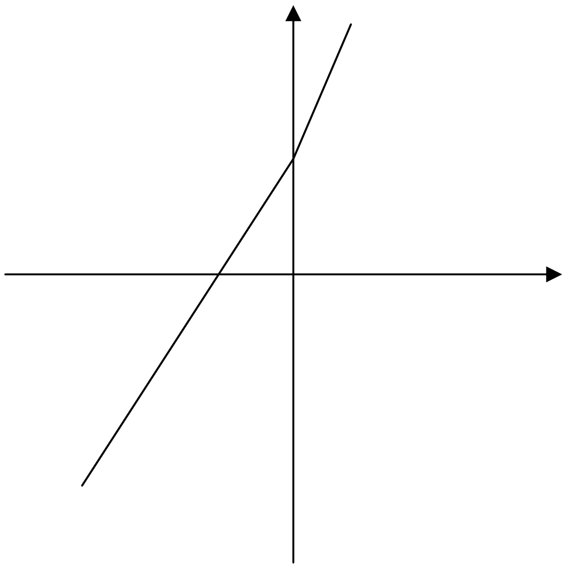
c)



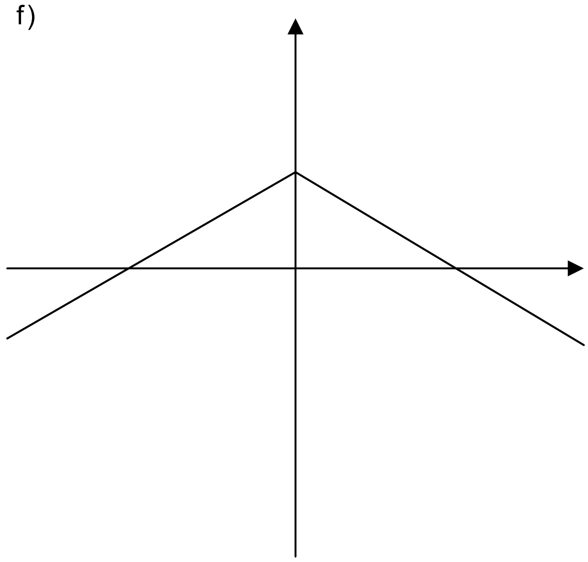
d)



e)



f)



5) ¿Cuáles de las siguientes relaciones en $\Re \times \Re$ es una función?

a) $\{(x,y) \,/\, x^2 + y^2 = 1\}$

b) $\{(x,y) \,/ y = 1\}$

c) $\{(x,y) \,/\, x > 1\}$

d) $\{(x,y)/\, x^3 - 2y^2 + 1 = 0\}$

6– Representa en un sistema de coordenadas cartesianas las siguientes funciones de $\Re \times \Re$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

a) $x = -2$

b) $y = 4x + 1$

c) $y = x$

d) $y = |x|$

e) $y = [x]$ (entero de x)

f) $y = 4x^2$

7) Encuentra los siguientes valores de las funciones

a) $y = 6x - 5$ para $x = 1$, $x = -2$; $x = 1/2$

b) $y = 3x - 2$ para $x = 0$, $x = 3$, $x = -1/9$

c) $f(x) = x^2 + x - 1$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(3)$

d) $S(t) = 5t^2 - 7t + 4$; $S(-2)$; $S(0)$; $S(2)$

8) Dadas las siguientes funciones indica el dominio de las mismas.

a) $y = -3 + x$

b) $y = \dfrac{x^2 - 3}{2}$

c) $y = (4x + 5)(x - 7)$

d) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

e) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 9}$

f) $h(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$

9) ¿ En qué casos la $f: A \longrightarrow B$ con $f(x) = x^2 - 5$ admite función inversa?

a) $A = \Re \quad \wedge \quad B = \Re$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b) $A = \{ x \,/\, x \in \Re^{+} \} \;\wedge\; B = \Re$

c) $A = \Re \;\wedge\; B = [5, +\infty)$

d) $A = [0, +\infty) \;\wedge\; B = [5; +\infty)$

10) Si $f(x) = x^3 + 2$ ¿Cuál de los siguientes pares ordenados pertenecen al gráfico de f^{-1}?

a) $(0 ; 0)$

b) $(0 ; 2)$

c) $(1 ; -1)$

d) $(-1 ; 1)$

e) $(-2 ; 0)$

11) En cada uno de los casos analiza si la función es inyectiva, suryectiva, biyectiva.

a) $f: \Re \longrightarrow \Re : x \longrightarrow x$

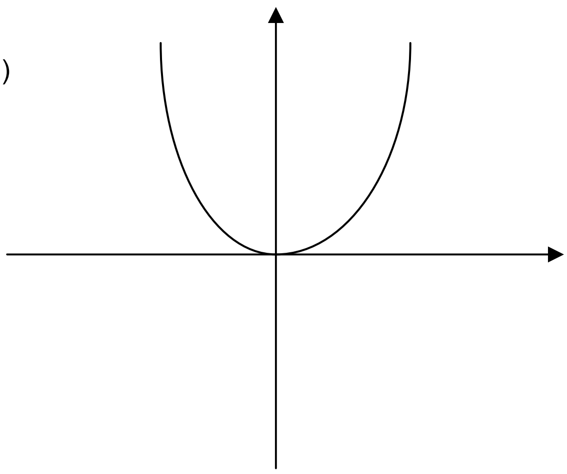
b) $f: \Re \longrightarrow \Re : x \longrightarrow x^2$

c) $f: \{ x \,/\, x \in \Re \wedge x \geq 0\} \longrightarrow \Re : x \longrightarrow x^2$

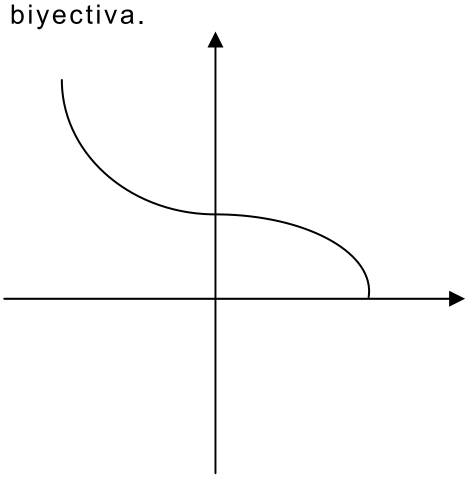
d) $f: \{x \,/\, x \in \Re \wedge x \geq 0 \} \longrightarrow \{ y/y \in \Re \wedge y \geq 0 \} : x \longrightarrow x^2$

12) En cada uno de los siguientes casos analizar si la función cuya representación gráfica se da es inyectiva, suryectiva o biyectiva.

a)

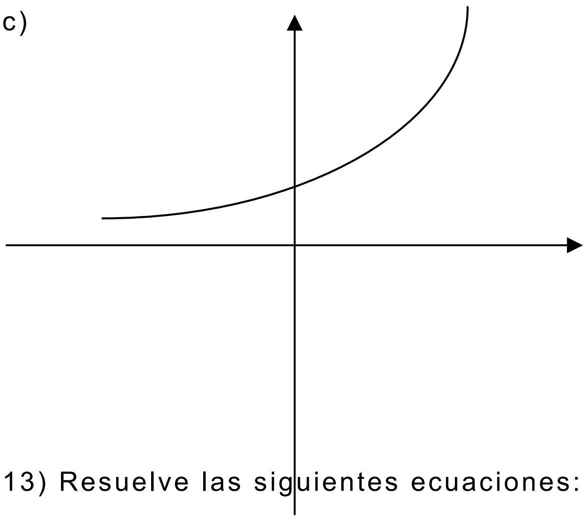


b)

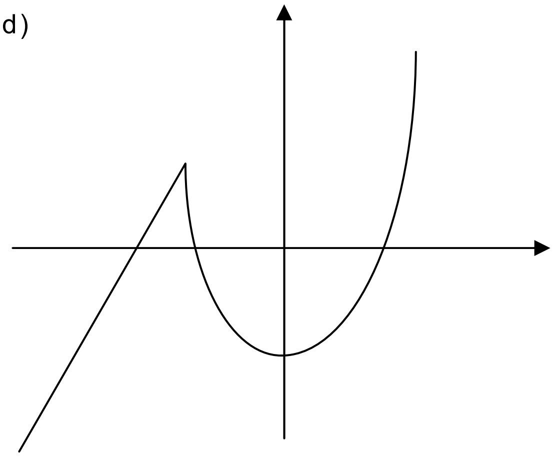


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

c)



d)



13) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x - 3 = 2x + 1$

b) $(x + 2)^2 - (x + 3)(x + 2) = (x + 2)(2 - x) + (x - 1)^2$

c) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{5} + \frac{x+3}{3} = 0$

14) Resuelve los siguientes sistemas

a) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2/3\,x + 1/2\,y = -1 \\ 3/4\,x - 1/2\,y = 1/4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 4y = 2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

15) Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 7y = 0 \\ x - 4y = 0 \end{cases}$

16) Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = (x - 3)^2$

b) $y = x^2 - 4$

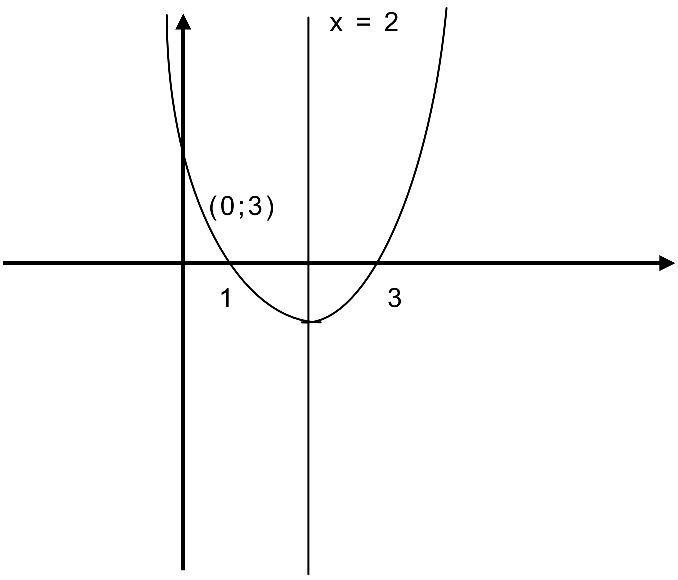
c) $y = -x^2 + 2$

d) $y = 3(x - 1)(x + 3)$

e) $y = -2x(x - 1)$

f) $y = x^2 - 2x + 4$

17) Escribe la función $y = a x^2 + b x + c$ para la siguiente gráfica:



18) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $4x^2 - 49 = 0$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b) $64x^2 - 1 = 0$
c) $3x^2 + 5x = 0$
d) $2x^2 - 8x + 6 = 0$
e) $x^2 - 2x - 3 = 0$
f) $x^2 + 4x = 5$
g) $x^2 + 4x = 0$
h) $12x^2 + 12 = 25x$

19) Escribe la ecuación de segundo grado sabiendo que sus raíces son:

a) $(1; -1/4)$

b) $(-1/2; 2/3)$

20)La suma de las raíces de una ecuación de segundo grado es 1 y el producto de las mismas es -2.
Escribe la ecuación y calcula esas raíces.

21) Representa gráficamente, en forma aproximada, las siguientes ecuaciones:

a) $y = x^4$
b) $y = -x^4$
c) $y = 2x^3$
d) $y = -2x^3$
e) $y = x^3 - 1$
f) $y = x^4 - 4x^2$

22) Determina los valores de b para que la ecuación

$$x^2 + bx + 6 = 0$$

a) tenga dos soluciones reales
b) tenga una raíz doble
c) no tenga soluciones reales

23) Factorea los siguientes polinomios:

a) $x^2 - 5x + 6$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b) $x^2 + 4x + 3$

c) $x^2 - 4x + 3$

24) Estudia el signo de las expresiones:

a) $x^2 - 25$

b) $4x^2 + 9$

c) $3x^2 - 5x$

25) En una caramelera hay caramelos. A Jorge le doy la mitad de los caramelos, la tercera parte de los que quedan a Rosa, y la cuarta parte de los que quedan le doy a Diana. En la caramelera quedan aún 6 caramelos. ¿Cuántos había antes de invitar a mis amigos?

26) En el corral hay patos y cerdos. Cuento 20 cabezas y 52 patas ¿ Cuántos patos y cerdos hay en el corral?

RESOLUCION

1) Analizamos si la asignación $x \longrightarrow \dfrac{1}{x}$ define una función en cada caso dado.

Teniendo en cuenta que la división por cero no existe, es x = 0 no perteneciente al dominio de la asignación dada.

Para los casos a), b) y d) la asignación $x \longrightarrow \dfrac{1}{x}$ no es función.

Para el caso c) sí es función.

Si se completara la asignación dada con

$$\begin{cases} x \longrightarrow 1/x & \text{si } x \neq 0 \\ 0 \longrightarrow 0 & \end{cases}$$

el dominio será R y la asignación es función de $\Re \longrightarrow \Re$

2– Analizamos la relación $x \longrightarrow \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$ y observamos que debemos exceptuar a x = 1 para evitar la división por cero.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Entonces la presente asignación es función de

$$\Re - \{1\} \longrightarrow \Re$$

Por lo tanto para el caso a) no es función; para el caso b) sí es función; para el caso c) es función de $Z - \{1\} \longrightarrow Q$

En el caso d) no es función porque cero no tiene imagen en B.

3) a) Sí; [– 2; 2] es el dominio ; [0; 2] es el conjunto de llegada; y para cada elemento del dominio le corresponde un único elemento en la imagen.

b) Sí ; ídem anterior.

c) Sí

d) Sí

e) No; porque [0; 2) no tiene imagen en [0;2]

f) No; porque para cada x que pertenece a [–2;2] le corresponde dos valores en la imagen

4) No todos los gráficos representan funciones de $\Re \longrightarrow \Re$.

En a) se tiene una función $\Re \longrightarrow \Re^+ + \{0\}$

En c) se tiene una función de $\Re \longrightarrow \Re^+ - \{0\}$

En f) una función de $\Re \longrightarrow (-\infty\ ; a]$

En b), d) y e) son funciones

Gráficamente, si trazamos una recta vertical por cualquier punto del eje x, la misma corta en un solo punto a la gráfica.

5) a) $\{ (x,y) / x^2 + y^2 = 1 \}$

La relación $x^2 + y^2 = 1$ se escribe también de la forma

$y = \pm \sqrt{1 - x^2}$. De aquí comprobamos que a cada valor de x de $\Re$ le corresponde dos valores de y .

Por lo tanto no es función.

b) Sí es una función. Aquí todos los valores de y son iguales a 1. Tenemos una función constante.

c)No es función porque para cada x hay infinitos y en el plano.

d)$\{(x ; y) / x^3 - 2y + 1 = 0 \}$

$x^3 - 2y + 1 = 0$ se puede escribir como $y = \dfrac{1 + x^3}{2}$

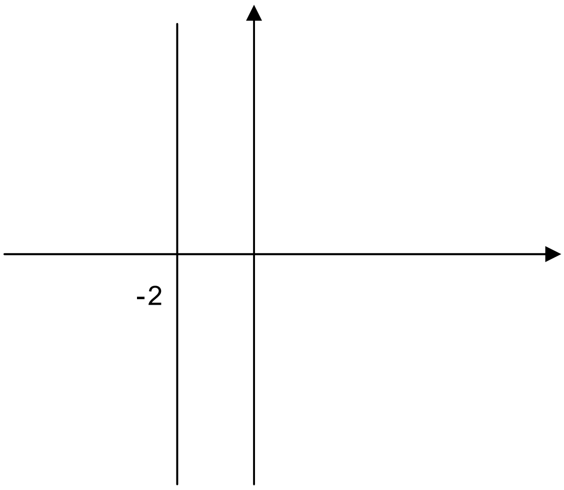
Entonces para cada x le corresponde un valor de y. Es una función de

$\Re \longrightarrow \Re$.

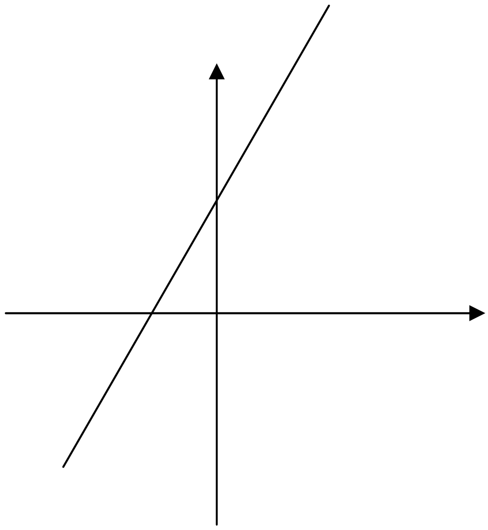
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

6)

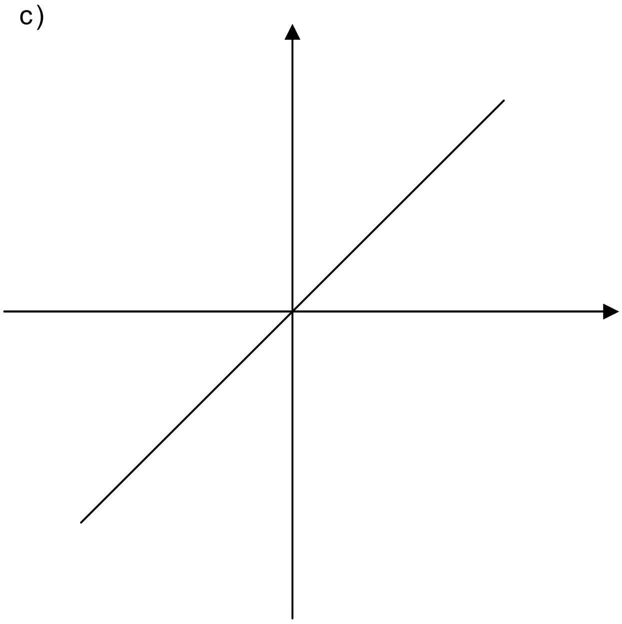
a)



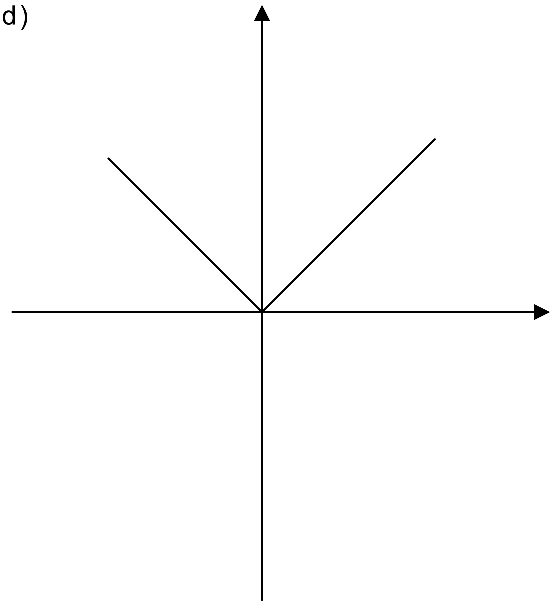
b)



c)

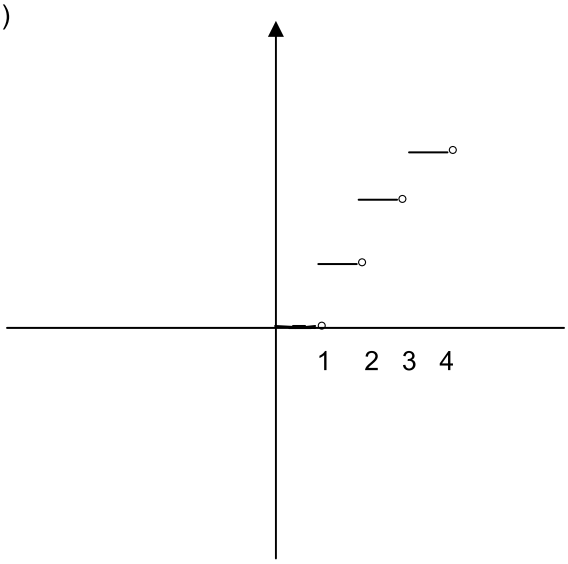


d)

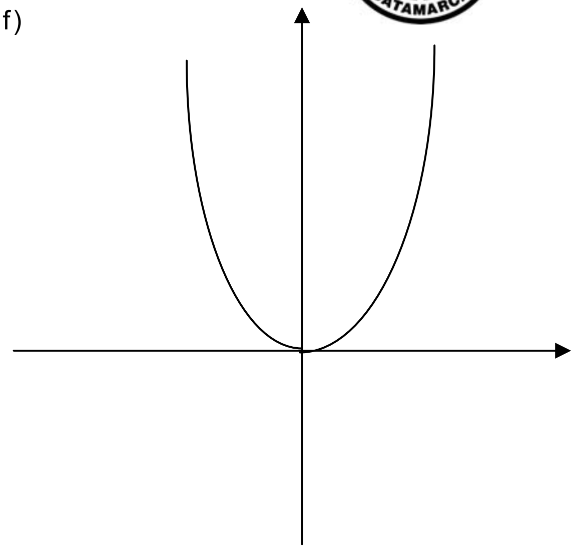


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

e)



f)



7) a) $y = 6x - 5$; $y|_{1} = 1$; $y|_{-2} = -17$; $y|_{½} = -2$

b) $3x - 2$; $y|_{0} = -2$; $y|_{3} = 3 \times 3 - 2 = 7$; $y|_{-1/9} = -7/3$

c) $f(x) = x^2 + x - 1$; $f(1) = 1$; $f(-2) = 1$; $f(3) = 11$

d) $S(t) = 5t^2 - 7t + 4$; $S(-2) = 30$; $S(0) = 4$; $S(2) = 10$

8)a) $y = -3 + x$; $D = \Re$.

Realizando la gráfica se comprueba fácilmente

b) $y = \dfrac{x^2 - 3}{2}$; $D = \Re$

c) $y = (4x + 5)(x - 7)$; $D = \Re$

d) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$; $x^2 = 4$; $|x| \geq 2$; $x \geq -2$ ó $x \geq 2$

e) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 9}$; $x \neq 3$ $x \neq -3$;

$D = (-\infty ; -3) \cup (-3; 3) \cup (3 ; +\infty)$

f) $h(x) = \dfrac{x + 1}{\quad}$; $\dfrac{x + 1}{\quad} = \dfrac{x + 1}{\quad}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$x^2 - 3x + 2$ $\quad$ $x^2 - 3x + 2$ $\quad$ $(x - 1)(x - 2)$

$D = (-\infty ; 1) \cup (1 ; 2) \cup (2; +\infty)$

9) $f(x) = x^2 - 5$ tiene como dominio a $\Re$ y codominio a $[-5 +\infty)$.

Por lo tanto para los casos:

a) No tiene inversa
b) No tiene inversa
c) No tiene inversa, y
d) Sí; tiene inversa

En el caso d) ¿ la función es biyectiva?. Traza la gráfica.

10) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 2}$

Pertenecen a la f^{-1} los pares que la verifican

$(0; 0) \notin f^{-1}$ $\quad$ pues no la verifica ya que $0 \neq \sqrt[3]{0 - 2}$
$(0; 2) \notin f^{-1}$
$(1; -1) \in f^{-1}$
$(-1; 1) \notin f^{-1}$
$(-2; 0) \notin f^{-1}$

11)

a) $f: \Re \longrightarrow \Re : x \longrightarrow x$; es inyectiva; para números reales distintos le corresponden reales distintos. Es suryectiva: el codominio es $\Re$. Por lo tanto es biyectiva.

b) $f: \Re \longrightarrow \Re : x \longrightarrow x^2$; No es inyectiva: $-2 \neq 2$;$(-2)^2 = (+2)^2$. No es suryectiva. Su codominio es $[0 ; +\infty)$. No es biyectiva

c) $f: \{ x / x \in \Re \wedge x \geq 0 \} \rightarrow \Re: x \longrightarrow x^2$. Es inyectiva : a cada x le corresponde un **y** distinto. No es suryectiva: su codominio es $[0;+\infty)$.No es biyectiva.

d) $f: \{ x / x \in \Re \wedge x \geq 0 \} \longrightarrow \{ y / y \in \Re \wedge y \geq 0\}$ $\quad x \longrightarrow x^2$.
Es inyectiva. Es suryectiva. Es biyectiva.

12) a) no es inyectiva. Para $x \wedge -x$ le corresponde la misma imagen. No es suryectiva: R tiene elementos que no se corresponden con los elementos del

ISBN: 978-987-1341-53-5

dominio. No es biyectiva.

b) Es inyectiva. Es suryectiva. Es biyectiva.

c) Es inyectiva. No es suryectiva. No es biyectiva.

d) No es inyectiva : existen valores de x distintos que tienen la misma imagen. Es suryectiva. No es biyectiva.

13) a) $5x - 3 = 2x + 1$

$$5x - 2x = 1 + 3$$
$$3x = 4$$
$$x = 4/3$$

b) $(x + 2)^2 - (x + 3)(x - 2) = (x + 2)(2 - x) + (x - 1)^2$

$$x^2 + 4x + 4 - x^2 - x + 6 = 2x + 4 - x^2 - 2x + x^2 - 2x + 1$$
$$3x + 2x = 5 - 6 - 4$$
$$5x = -5$$
$$x = 1$$

c) $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x-2}{5} + \dfrac{x+3}{3} = 0$

$$\frac{15x - 15 - 6x + 12 + 4x + 12}{30} = 0$$
$$13x + 9 = 0$$
$$x = -9/13$$

14) a) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Resolvamos el sistema aplicando el método de sustitución:

$y = 1 - x$ de la segunda ecuación

Reemplazamos en la primera:

$$3x - (1 - x) = 3$$
$$3x + x = 3 + 1$$
$$4x = 4$$
$$x = 1$$

Reemplazando en:

$$y = 1 - x$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$y = 1 - 1$

$y = 0$

Aplicamos el método de igualación:

$$\begin{cases} 2/3\,x + 1/2\,y = -1 \\ 3/4\,x - 1/2\,y = 1/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = -6 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \qquad y = \frac{-6 - 4x}{3} \qquad y = \frac{3x - 1}{2}$$

$$\frac{-6 - 4x}{3} = \frac{3x - 1}{2}$$

$$-12 - 8x = 9x - 3$$

$$-17x = 9$$

$$x = -9/17$$

Reemplazamos el valor de x encontrado en cualquiera de las igualdades que dan el valor de y en función de x se obtiene el valor de y. Por ejemplo, si reemplazamos en la segunda igualdad se tiene:

$$y = \frac{3(-9/17) - 1}{2}$$

$$y = -22/17$$

c) $\begin{cases} -2x + 4y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Aplicamos el método de reducción por suma o resta

$$\begin{cases} -2x + 4y = 2 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro llegamos a 0 = 4

En efecto el sistema no es otro que el siguiente:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$$\begin{cases} -(2x-4y)=2 \\ 2x-4y=2 \end{cases}$$

El sistema es incompatible: las soluciones de la primera ecuación no son las de la segunda.

d) $$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+4y=10 \\ 6x-3y=0 \end{cases}$$

Restando miembro a miembro:

$$7y=10 \quad \therefore \quad y=10/7$$

$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 4x-2y=0 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro:

$$7x=5 \quad \therefore \quad x=5/7$$

e) $$\begin{cases} 4x+y=3 \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

Aplicamos el método de igualación:

$$y=3-4x$$
$$y=2x-2$$

$$3-4x=2x-2$$
$$-6x=-5 \quad \therefore \quad x=5/6$$

Remplazando en alguna igualdad que da a y en función de x se tiene el valor de y. Por ejemplo, en la segunda:

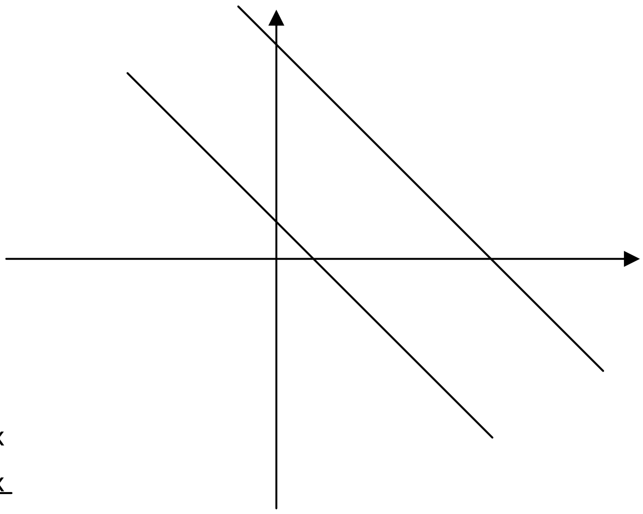
$$y=2\,.\,5/6-2 \quad \therefore y=-1/3$$

15) Representando en un sistema de coordenadas cartesianas cada ecuación

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

del sistema, podemos hallar gráficamente la solución del mismo.

a)

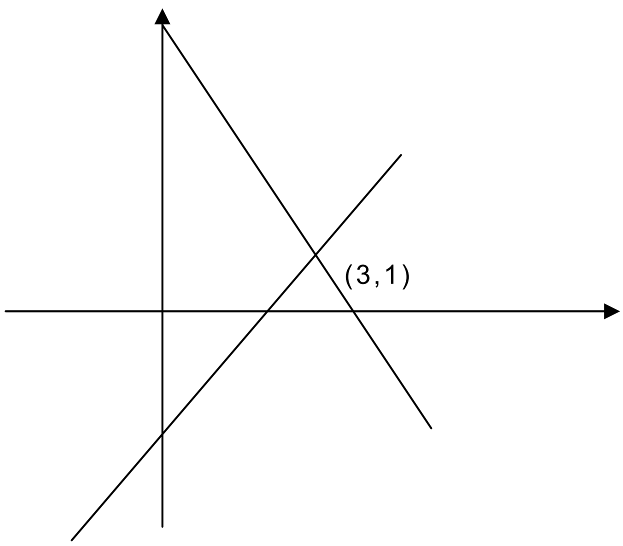


$$y = 7 - 2x$$

$$y = \frac{2 - 4x}{2}$$

El sistema es incompatible ya que las rectas no se cortan.

b)



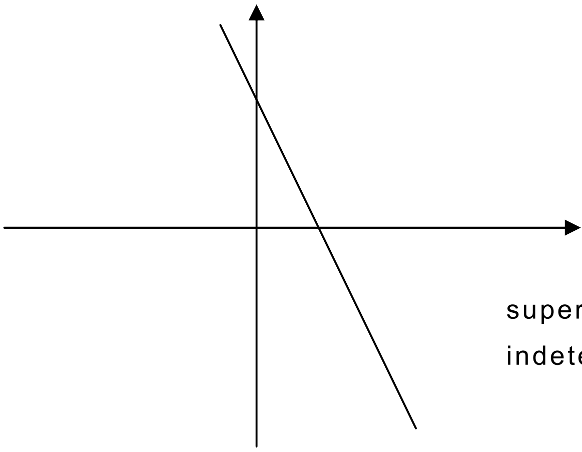
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Representamos: $y = \dfrac{3x - 7}{2}$

$y = 7 - 2x$

(3 ; 1) es el punto de intersección y sus coordenadas son las soluciones del sistema.

c)

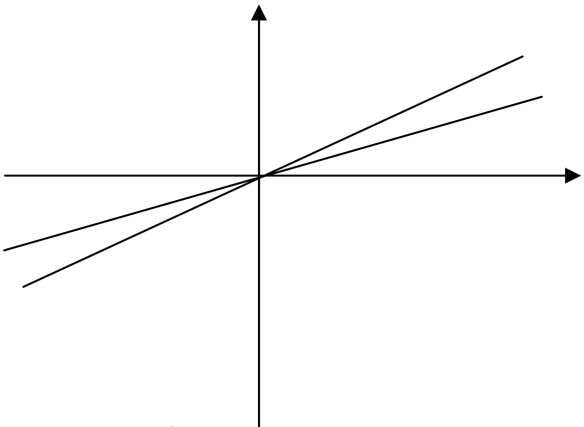


Representamos : $y = 3 - 2x$

$y = \dfrac{6 - 4x}{2}$

Las dos rectas están superpuestas: el sistema es indeterminado.

d)



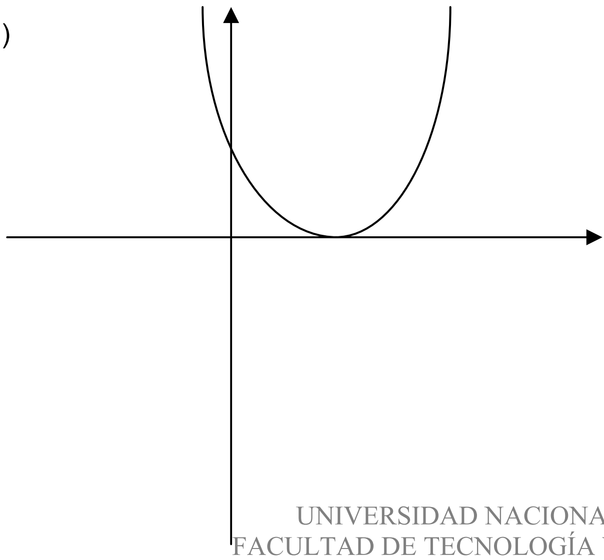
Representamos : $y = 4 / 7\ x$

$y = 1 / 4\ x$

La intersección es (0; 0)

16)Todas las gráficas son parábolas

a)



$y = (x - 3)^2$; $y = x^2 - 6x + 9$

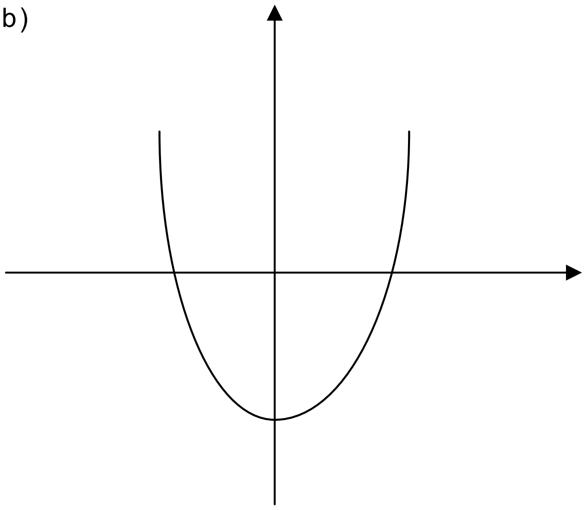
Como $a > 0$ las ramas van hacia arriba

(3 ; 0) intersección con el eje x

$x_v = -b / 2a$; $x_v = 3$, $y_v = 0$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b)



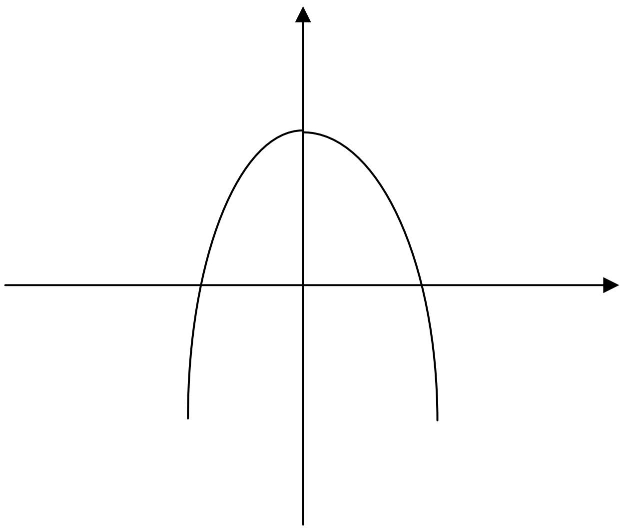
$y = x^2 - 4$; $a > 0$: las ramas van arriba.

$y = (x - 2)(x + 2)$; se anula para $x = 2$ y $x = -2$.

Los puntos de intersección son $(-2; 0)$ y $(2 ; 0)$

$x_v = 0$; $y_v = -4$; $(0; -4)$ vértice

c)



$y = -x^2 + 2$; $a < 0$:las ramas van hacia abajo

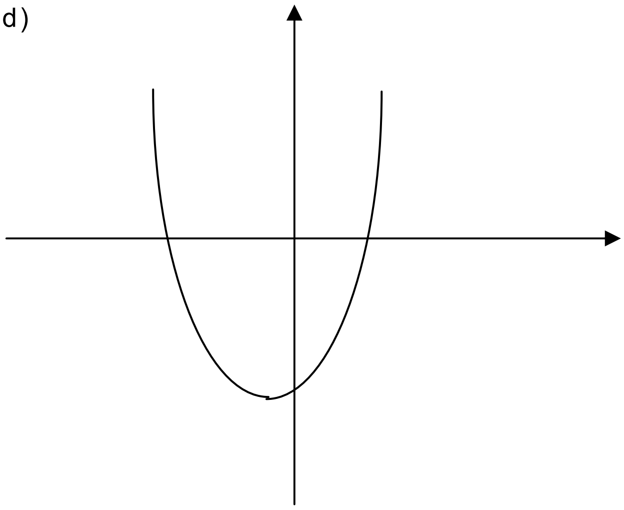
$y = -(x^2 - 2) = -(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

$(- \ 2 ; 0)$ $(\ 2 ; 0)$: puntos de intersección con el eje x

$x_v = 0$; $y_v = 2$; $(0 ; 0)$ vértice de la parábola.

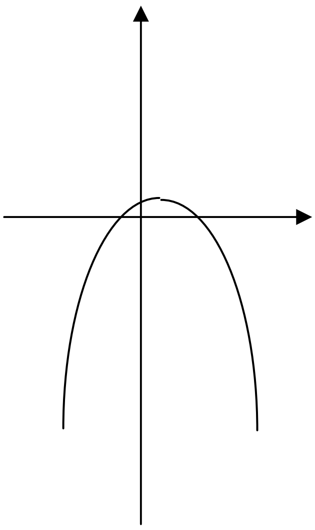
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

d)



$y = 3 (x - 1) (x + 3)$; $a > 0$; las ramas van hacia arriba.
$(1; 0)$,$(-3 ; 0)$ puntos de intersección con el eje x.
$y = 3 x^2 + 6 x - 9$;
$x_v = -1$; $y_v = -12$

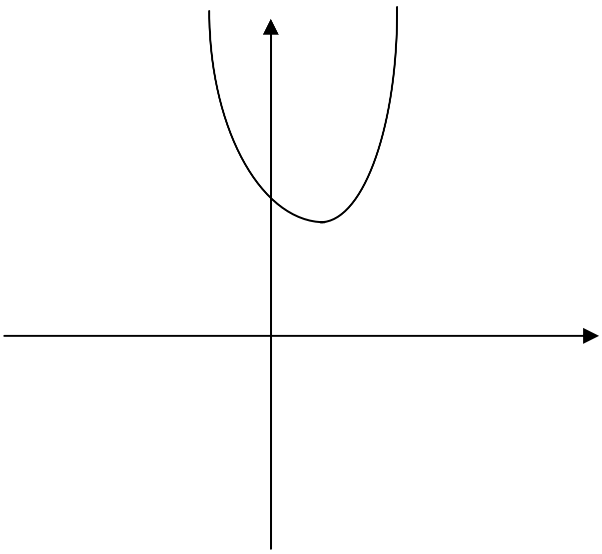
e)



$y = -2 x (x - 1)$; $a < 0$: las ramas están hacia abajo
$(0 ; 0) (1 ; 0)$, puntos de intersección con el eje x.

$y = - 2 x^2 + 2 x$; $x_v = 1 / 2$; $y_v = 1 / 2$

f)



$y = x^2 - 2 x + 4$; $a > 0$: las ramas están hacia arriba.
$x_v = 1$; $y_v = 3$
Corta al eje y, en $y = 4$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

17) Los punto (0;3);(1;0); (3;0) satisfacen a $y = a x^2 + b x + c$.

Reemplazando se obtiene:

$$\begin{cases} c=3 \\ a + b + c = 0 \\ 3a + 3b + c = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se tienen los valores de:

$a= 1$; $b= -4$; $c= 3$

Por lo tanto la función es:

$$y = x^2 - 4x + 3$$

18) a) $4x^2 - 49 = 0$

$$4x^2 = 49$$
$$x^2 = 49/4$$
$$\therefore x_1 = 7/2$$
$$x_2 = -7/2$$

b) $64x^2 - 1 = 0$

$$64x^2 = 1$$
$$x^2 = 1/64$$
$$\therefore x_1 = 1/8$$
$$x_2 = -1/8$$

c) $3x^2 + 5x = 0$; $x(3x + 5) = 0$

$$\therefore x_1 = 0$$

$3x + 5 = 0$; $\therefore x_2 = -5/3$

d) $2x^2 - 8x + 6 = 0$

Aplicamos la formula de resolución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Obtenemos $x_1 = 3$; $x_2 = 1$

e) $x^2 - 2x - 3 = 0$

Aplicamos la misma formula obtenemos $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$

f) $x^2 + 4x = 5$; $x^2 + 4x - 5 = 0$

Aplicando la misma formula obtenemos $x_1 = 1$ y $x_2 = -5$

g) $x^2 + 4x = 0$; $x(x + 4) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = -4$

h) $12x^2 + 12 = 25x$; $12x^2 - 25x + 12 = 0$

Aplicando la formula de resolución obtenemos:

$x_1 = 4/3$

$x_2 = 3/4$

19) a) $x_1 + x_2 = 3/4$

$x_1 . x_2 = -1/4$

La ecuación es: $x^2 - 3/4\,x - 1/4 = 0$

o también: $4x^2 - 3x - 1 = 0$

b) $x_1 + x_2 = 1/6$

$x_1 . x_2 = -1/3$

La ecuación es: $x^2 - 1/6\,x - 1/3 = 0$;

o también: $6x^2 - x - 2 = 0$

20) $x_1 + x_2 = 1$

$x_1 . x_2 = -2$

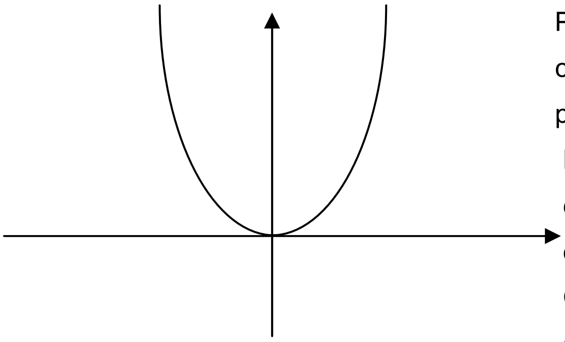
La ecuación es : $x^2 - x - 2 = 0$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Aplicamos la formula de resolución, obtenemos los valores:

$x_1 = 2$ y $x_2 = -1$

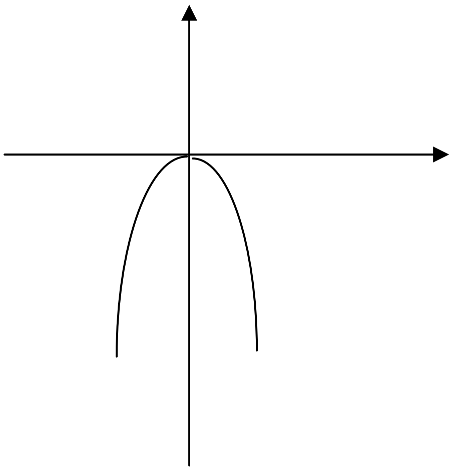
21) a)



Para valores opuestos de x corresponden valores iguales y positivos de y.

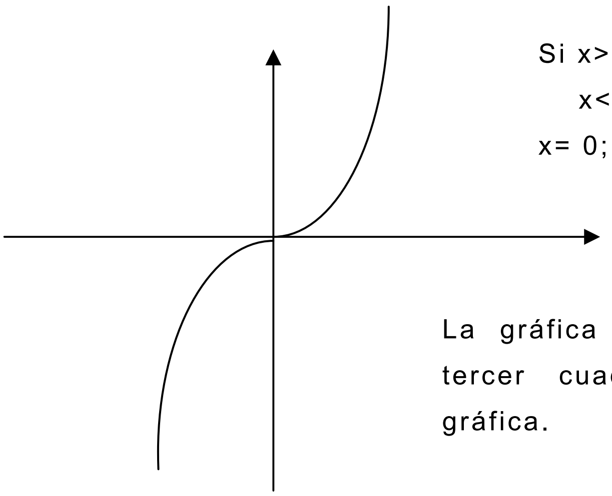
La gráfica está en el 1° y 2° cuadrantes.(0; 0) satisface la ecuación, entonces, por el origen. Con algunos valores tentamos su gráfica.

b) $y = -4\,x^4$



La gráfica es simétrica de la anterior con respecto del eje x.

c) $y = 2\,x^3$



Si x>0 ; y >0

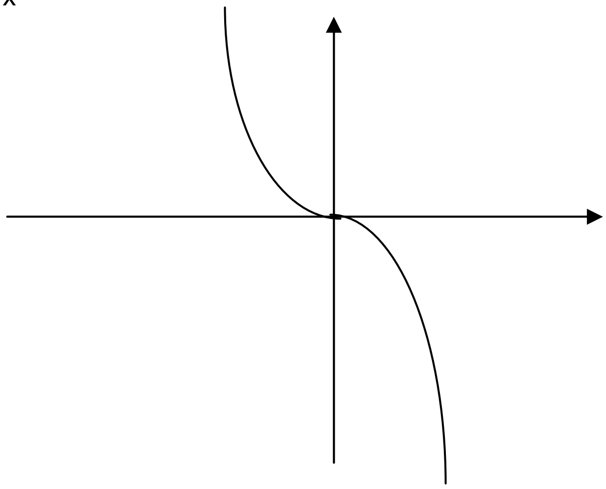
x<0 ; y <0

x= 0; y =0

La gráfica está en el primer y tercer cuadrante. Tentamos la gráfica.

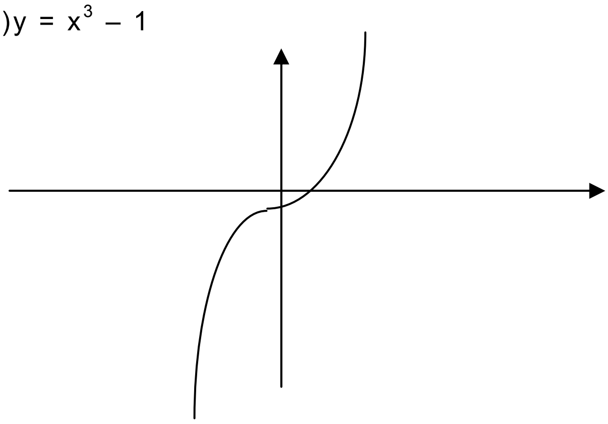
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

d) $y = -2\,x^3$



La gráfica esta en el segundo y cuarto cuadrante.
Es simétrica con respecto del eje x.

e) $y = x^3 - 1$



$y = (x - 1)\,(x^2 + x + 1)$

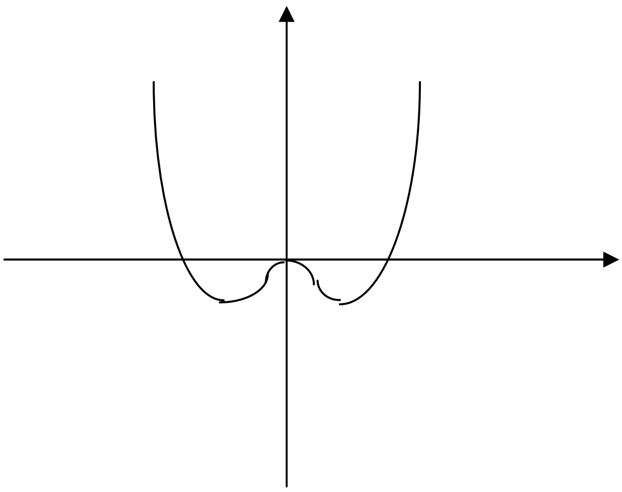
$x - 1 = 0$; $x^2 + x + 1 = 0$

$x_1 = 1$; $x^2 + x + 1 = 0$ no tiene raíces reales. (1;0) es intersección con el eje y. (0;–1) con el eje x.

Si $x>0$; $y>0$. Si $x<0$; $y<0$.

Si $0<x<1$; $y<0$

f) $y = x^4 - 4\,x^2$



$y = x^2\,(x^2 - 4)$

$y = x.x\,(x+2)\,(x-2)$;los puntos (0;0), (–2;0), (2;0) son las intersecciones con x.

Con algunos valores tentamos la gráfica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

22) a) Partiendo de la formula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac > 0$; $b^2 - 24 > 0$; $b^2 > 24$; $|b| > \sqrt{24}$; $|b| > 2\sqrt{3}$

Es entonces: $b > 2\sqrt{3}$ ó $b < -2\sqrt{3}$

b) $b^2 - 4ac = 0$; $b^2 - 24 = 0 \rightarrow b^2 = 24$; $|b| = \sqrt{24}$; $|b| = 2\sqrt{3}$

$b = 2\sqrt{3}$ ó $b = -2\sqrt{3}$

c) $b^2 - 4ac < 0$; $b^2 - 24 < 0 \rightarrow b^2 < 24$; $|b| < 2\sqrt{3}$; $-2\sqrt{3} < b < 2\sqrt{3}$

23) a) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$; 2 y 3 son las raíces.

b) $x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$

c) $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

24) a) $y = x^2 - 25$

$y = (x + 5)(x - 5)$; $x = -5$ ó $x = 5$ cuando $y = 0$

Las ramas van hacia arriba
$-5 < x < 5$; $y < 0$
$x < -5$ ó $x > 5$; $y > 0$

b) $y = 4x^2 + 9$
$y = 4(x^2 + 9/4)$

Las ramas van hacia arriba; no hay valores reales de x que hagan cero a y. Para todo $x \in \Re$; $y > 0$.

c) $y = 3x^2 - 5x$; $y = x(3x - 5)$
$y = 0$ si $x = 0$ ó $x = 5/3$

Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$x < 0;\ y > 0$

$0 < x < 5/3\ ;\ y < 0$

$x > 5/3\ ;\ y > 0$

25) x= número de caramelos

$x/2$ = caramelos para Jorge

Quedan: $x - x/2 = x/2$ caramelos

$1/3(x/2) = x/6$ caramelos para Rosa

Quedan : $x - x/2 - x/6 = x/3$ caramelos

$1/4(x/3) = x/12$: caramelos para Diana

Quedan: $x/3 - x/12 = 6$

$$\frac{4x - x}{12} = 6$$

$$3x = 72 \qquad \therefore\ x = 24$$

Respuesta: Hay 24 caramelos

26) x= número de patos
y= número de cerdos

Formamos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 52 \end{cases}$$

De la primera ecuación:

$$x = 20 - y$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Reemplazando en la segunda:

$$2\,(20 - y) + 4y = 52$$
$$40 - 2y + 4y = 52$$
$$2y = 12 \qquad \therefore \quad y = 6$$
$$\text{como } x = 20 - y \qquad \therefore \quad x = 14$$

Respuesta: Hay 14 patos y 6 cerdos.

EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1) El producto de las fracciones algebraicas siguientes

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + 3x - 10} \cdot \frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 - 16} \quad \text{es:}$$

a) $x - 4$

b) $x + 4$

c) $\dfrac{x - 2}{x + 5}$

d) $\dfrac{(x - 4)(x-1)}{x + 5}$

e) $\dfrac{x + 5}{x - 5}$

2) ¿Cuál es el resultado de simplificar la fracción $\dfrac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$?

a) $\dfrac{x - 1}{x + 1}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

b) $\dfrac{x + 4}{x - 1}$

c) $\dfrac{x + 4}{x + 1}$

d) $x + 4$

e) $\dfrac{x - 4}{x - 2}$

3) ¿ Para cuál de los siguientes valores de **a**, (x – **a**) divide al polinomio $P(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$?

a) 0
b) 3
c) –1
d) –3
e) 2

4) Dado el polinomio $P(x)= x^3 +2x + c$, ¿cuál debe ser el valor de c, para que -1sea raíz de dicho polinomio?

a) 0
b) –3
c) 4
d) 1
e) 3

5) ¿Cuál debe ser el valor **c** para que $x + 3$ sea uno de los factores del polinomio $P(x) = -3x^2 + 2\mathbf{c} - 5$?
a) – 16
b) – 38
c) 16
d) 38

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

e) 0

7) Dado un polinomio de grado tres (3), cuyas raíces son dos complejas y una real ¿ Cuántos puntos de intersección tiene la gráfica del polinomio con el eje x?

a) 3
b) 2
c) 1
d) ninguna

8) Dado $p(x) = (x^2 - 9)(x + 3)(x^2 + 4x + 3)$, la raíz $a_1 = -3$ ¿de qué multiplicidad es?

a) 3
b) 2
c) 1
d) 0
e) 5

9)El resto de dividir el polinomio $P(x) = (x - 3)^5 + x^4 - 3x^3$ por $x - 3$ es:

a) 0
b) –10
c) – 1
d) 7
e) 9

10) El polinomio de grado tres (3) cuyas raíces son –2; 0 y 2, que tiene por coeficiente principal el número 4, es:

a) $4x^3 - 16x + 16$
b) $4x^3 + 16x^2 + 16x$
c) $4x^3 - 16x^2 + 16x$
d) $4x^3 + 16x^2 + 16$
e) ninguno de los anteriores

11) Dado $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = (x - 5)(x - 2)(x - a)$, el valor de **a** es:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

a) -2
b) -1
c) -3
d) 3
e) 1

12) ¿Cuál de las siguientes divisiones es exacta?

a) $(x^5 + 32) : (x - 2)$
b) $(x^6 + 64) : (x - 2)$
c) $(x^5 + 32) : (x + 2)$
d) $(27 - x^3) : (3 + x)$
e) $(x^3 - 27) : (x + 3)$

13) Dada una ecuación de segundo grado cuyas raíces son $a_1 = 3$ y $a_2 = -15$. ¿Cuál es la ecuación?

a) $x^2 + 15x - 45 = 0$
b) $x^2 + 12x = 45$
c) $x^2 + 18x = 45$
d) $x^2 - 12x - 45 = 0$
e) $x^2 - 18x + 45 = 0$

14) Dada la relación $x \longrightarrow \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$; definida en $A \longrightarrow B$ es:

a) una función de A en B si $A = \Re$ y $B = \Re$

b) una función de A en B si $A = \mathcal{Z} - \{1\}$ y $B = \mathcal{Q}$

c) una función de A en B si la regla fuese:

$$\begin{cases} x \rightarrow \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ x \rightarrow 5 & \text{si } x = 1 \\ x \rightarrow 2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

d) No es función si la regla fuese:

$$\begin{cases} x \rightarrow \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ x \longrightarrow 2 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

15) Dada la función $\dfrac{x^3 - 8}{3}$ definida en $\Re \rightarrow \Re$ tiene por función inversa a:

a) $y = 3x + 8$

b) $y = \dfrac{\sqrt{x^3 + 8}}{3}$

c) $y = 3x^3 + 8$

d) $y = \sqrt[3]{3x + 8}$

e) $y = \sqrt[3]{3x^3 + 8}$

16) ¿Cual de las siguientes relaciones en $R \longrightarrow R$ constituye una función?

a) $\{ (x ; y) / x^2 + y^2 = 1 \}$

b) $\{ (x ; y) / x = 0 \}$

c) $\{ (x ; y) / y \leq 2x \}$

d) $\{ (x ; y) / y > x^2 \}$

17) Si una gráfica representa a la función $y = 2x^2 + bx + c$, ¿Cuál de las siguientes condiciones se cumple ? ($x_v > 0$; $y_v < 0$)

a) $\begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} b = 0 \end{cases}$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

$$c > 0$$

d) $\begin{cases} b < 0 \\ c > 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$

18) ¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} 1 / 2\, x = 2 - 1 / 3\, y \\ 2x + 1 = y \end{cases}$$

a) $x = 27/7$; $y = 10/7$
b) no tiene solución
c) tiene infinitas soluciones
d) $x = 10/7$; $y = 27/7$
e) ninguna de las anteriores

19) Dentro de cinco años Juan tendrá el doble de la edad de Carlos. Hace un año Juan tenía el triple de la edad de Carlos. ¿Cuál es la edad de Juan?
a) 19 años
b) 27 años
c) 31 años
d) 36 años
e) ninguna es correcta

20) Si la solución del sistema

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + b\,y = 4 \end{cases}$$

es $(x ; y) = (1 ; 2)$, entonces ¿Cuál es el valor de b?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

a) $2/3$

b) $-3/2$

c) $3/2$

d) $5/3$

e) $-5/2$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

CLAVE DE CORRECCIÓN

1) d)	11) b)
2) b)	12) c)
3) b)	13) b)
4) e)	14) b)
5) c)	15) d)
6) d)	16) b)
7) c)	17) e)
8) a)	18) d)
9) a)	19) a)
10) e)	20) c)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5

Para pensar:

1) Si los lados de un rectángulo se alargan 2cm cada uno, el perímetro vale 24cm. Sabiendo además que la diferencia de los lados es de 2 centímetros,¿cuánto miden los lados del rectángulo?

2) Dos números suman 44.Si al mayor lo dividimos en tres y al segundo en cuatro, los nuevos números obtenidos se diferencian en 3 unidades. ¿Cuáles son estos números?

3) Un padre, para estimular a su hijo a que estudie matemáticas, promete darle $30 por cada ejercicio bien resuelto pero, por cada uno que esté mal, el hijo le dará $20. Ya van por el ejercicio 26 y el muchacho recibe de su padre $380.¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien y cuántos mal?

4) Un avión de vuelo sin motor(avión velero) tiene una velocidad de caída **Y** relacionada con la velocidad **X** del avión guía en el momento de ser soltado (ambas en m/s). Esta relación viene dada por

$$Y = -1/160 \; x^2 + 1/4 \; x - 3/2$$

¿A qué velocidad debe ir el avión guía para que el avión velero se mantenga el mayor tiempo posible en el aire? (velocidad de caída mínima)

5) Cierto proyectil, después de ser lanzado, alcanzó una altura de 213 km. Su trayectoria fue parabólica, yendo a caer a 14 km de la base de lanzamiento. ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CÁTEDRA ANÁLISIS MATEMÁTICO I
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-53-5