DIDACTICA DE LA MATEMÁTICA

INTRODUCCIÓN

Los temas presentados para el abordaje de la Didáctica de la Matemática en la Educación Especial se inscriben en una línea de investigación, que asume un enfoque constructivista de los procesos de aprendizaje. Se toman como ejemplos trabajos realizados en este campo por la comunidad científica internacional, y se tienen en cuenta sus relaciones con otras áreas del conocimiento, especialmente con la psicología genética, la epistemología y las matemáticas.
El lector encontrará además de los resultados obtenidos en las investigaciones realizadas en distintos ámbitos, acercamientos metodológicos que se han ido elaborando para realizar estudios específicamente didácticos.
Las cinco partes o capítulos que se han planteado para el desarrollo de esta asignatura son:

1) La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares;
2) Las ingenierías didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática;
3) Las tareas curriculares;
4) Alumnos con necesidades educativas especiales; y
5) Autoevaluación del módulo

La primera parte trata de los aspectos generales de los procesos de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas, así como de cuestiones teóricas de la didáctica, especialmente de aquellas que han sido desarrolladas por la Escuela Francesa. La segunda trata específicamente de la metodología de la escuela antes mencionada para enseñar y aprender matemáticas: las ingenierías didácticas. La tercera se refiere al desarrollo de las tareas curriculares específicamente tanto para la aritmética como para la geometría. En la penúltima parte se dan lineamientos para una investigación didáctica a partir de la construcción de ingenierías didácticas que faciliten el aprendizaje de las matemáticas en niños con necesidades educativas especiales, diseñadas a partir de las principales dificultades que se relevan en sus aprendizajes.
Los cuatro capítulos reportan investigaciones relativas a temas específicos del currículo del nivel Inicial y de la EGB. El quinto está orientado a la realización de la autoevaluación del módulo por parte del estudiante con la aplicación de un instrumento que se asienta en la porfolio-evaluation.
Todo el módulo se asienta en reflexiones acerca de las exigencias que los avances del mundo científico y tecnológico imponen a la enseñanza de las matemáticas. Por ello se pretende formar alumnos en una matemática que sea una combinación coordinada y bien equilibrada de matemática pura y aplicada o de “matemática como filosofía y de matemática como instrumento de cálculo", como decía el gran matemático español, el Dr. Luis Santaló.
Se sugieren algunas directrices para la enseñanza de ciertos temas y no se descuidan las aplicaciones de las matemática, en un proceso de iniciación en la modelización matemática, que es una alternativa metodológica que facilita la gestión del sentido de los conocimientos matemáticos.
La concepción de la didáctica de las matemáticas es la de "la investigación científica de los procesos que tienen lugar en el dominio de la enseñanza escolar de las matemáticas", la cual se opone a la tradición didáctica de elaboración de propuestas. Caracteriza esta concepción, el estudio de los fenómenos de transposición de conocimientos en su construcción en el aula y adopta los conceptos básicos de la teoría de las “situaciones didácticas”, desarrollada por Guy Brousseau, en particular

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

las nociones de *situación didáctica*, de *problema* y de *variable didáctica de comando*. Todas estas reflexiones son consideradas, en la actualidad, como fundamentales para la formación de los docentes.
Se toma como idea esencial el aprender matemáticas por medio de la resolución de problemas.
En todo el módulo se hace referencia a la gestión del conocimiento y al rol del docente en los distintos momentos de una secuencia didáctica. Se aborda específicamente *la gestión del sentido de los conocimientos* de los alumnos.
Se dedica un espacio a la construcción del sistema de numeración por parte de los niños de cinco y seis, a partir de los criterios e hipótesis propios que ya han elaborado antes de ir a la escuela en su vida cotidiana y en la necesaria interacción con sus pares y adultos.
El estudio de la apropiación de los algoritmos y situaciones con *regularidades*, la *simbolización*, la *codificación* y *decodificación* y la *enumeración* en la actividad matemática se lo hace junto a las *estructuras aditivas* y *multiplicativas*. El *cálculo mental* se trata especialmente, en la inteligencia que favorece la resolución de situaciones problemáticas y permite campear los campos numéricos y por sobre todo crea una mejor relación entre el alumno con la matemática.
Otro tema que se analiza es el de *la construcción del espacio y su organización*, a partir de los estudios piagetianos sobre la psicogénesis de los distintos espacios, *topológico, proyectivo, afín y métrico*, y los aportes de Von Hiele en cuanto a los niveles del aprendizaje de la geometría.
La *creatividad* y *la matemática emocional* son contenidos transversales en este módulo, que buscan hacer de la enseñanza-aprendizaje de la matemática una tarea inteligente, atractiva, heurística, activa y por sobre todo diversa, en cuanto permita que niños con capacidades, habilidades y actitudes distintas puedan ejercitarla igualmente.
Se proponen en cada capítulo actividades para repensar los temas desarrollados en cada uno de ellos. Estas actividades son las que deberán ser realizadas por cada uno de los lectores, eventuales alumnos de la Licenciatura en Educación Especial o cualquier otro interesado en el tema. Es conveniente arbitrar la discusión grupal de las actividades que se aborden en forma individual primero. Enriquecidas con el aporte grupal, las mismas integrarán la carpeta o ”port-folio” que será presentada en ocasión de la evaluación final. La elaboración de la carpeta es la base de la evaluación para este módulo, ya que se recurrirá a la “porfolio-evaluation”. Las actividades que resultaron más significativas durante el desarrollo del módulo se presentarán con las planillas de autoevaluación que se adjuntan en el último capítulo. Después se responderá a un instrumento de evaluación individual del tipo “múltiple choice” sobre los aspectos más importantes.
Para el abordaje de cada una de las actividades se establecerán tutorías de asistencia académica.
También se incluyen interrogantes para la reflexión, después de la lectura de cada capítulo, y que en algún caso puede requerir de una relectura del tema.
Cabe destacar, finalmente, que todo el planteo de este módulo se hace en concordancia con los diseños curriculares de la Educación Inicial y Educación General Básica para Matemática, dando sólo pistas para que a través de la reflexión de las situaciones didácticas planteadas y en una pedagogía de la anticipación, el docente de educación especial pueda iniciar una continua labor en la investigación didáctica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

OBJETIVOS

El objetivo general de la asignatura es:

- Adquirir las competencias necesarias para construir y analizar situaciones didácticas y modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de los niños con necesidades educativas especiales.

- Este objetivo general se estructura en los siguientes:

    1) Ser capaz de detectar las concepciones, errores y obstáculos manifestados por los niños

    2) Ser capaz de construir situaciones de aprendizaje para superar los obstáculos

    3) Ser capaz de analizar a priori las estrategias y procedimientos de resolución de los niños

    4) Ser capaz de analizar el sentido con el que funcionan los conocimientos matemáticos movilizados

    5) Ser capaz de construir materiales didácticos

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

CONTENIDOS

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 3

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

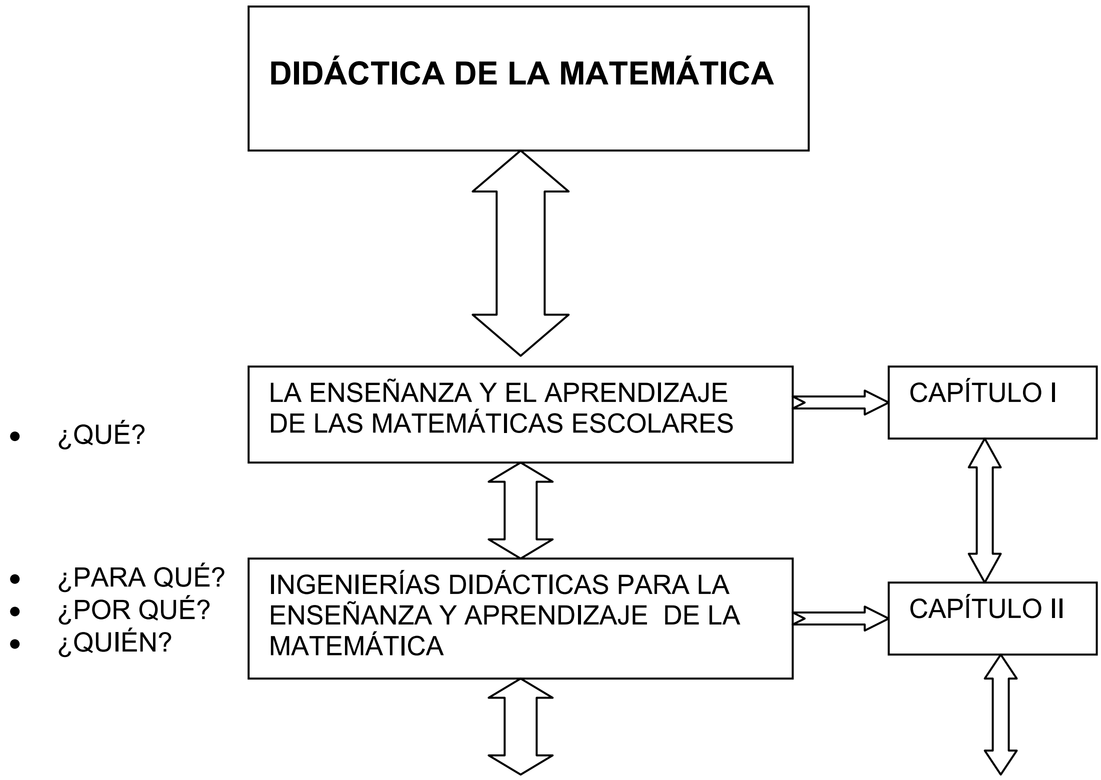
Capítulo 4

ALUMNOS CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES
Estudio de las principales dificultades en los primeros aprendizajes matemáticos de alumnos con necesidades especiales.
Algunas propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

Capítulo 5

AUTO-EVALUACIÓN DEL MÓDULO
Orientación para la autoevaluación del módulo e instrumento de la "port-folio evaluation"

ESQUEMA DEL MÓDULO



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

• ¿CÓMO?	LAS TAREAS CURRICULARES	CAPÍTULO III
• ¿A QUIÉNES?	ALUMNOS CON NECESIDADES ESPECIALES	CAPÍTULO IV
• ¿QUÉ PIENSO AHORA?	AUTOEVALUACIÓN DEL MÓDULO	CAPÍTULO V

1. LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

1.1. ¿Por qué enseñar y aprender matemática?
1.2. ¿Enseñar o aprender matemática?
1.3. ¿Se construye el significado del conocimiento matemático?
1.4. Las representaciones en matemática.¿Qué es un marco? ¿Qué es un registro?
1.5. La enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hoy
1.6. El impacto de la Didáctica de la Matemática en la cuestión curricular
1.7. La matemática y la creatividad
1.8. La matemática emocional.
1.9. Una síntesis
1.10. Actividades para orientar las prácticas docentes
1.11. Para pensar y crear

1.1. ¿Por qué enseñar y aprender matemáticas?

A poco de reflexionar, a nadie se le puede escapar que una pregunta fundamental para abordar cualquier tema de educación matemática es la siguiente:

¿Por qué se enseñan y se deben aprender las matemáticas?...

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

En todos los sistemas educativos y en cada uno de sus niveles, los responsables de las gestiones pedagógicas institucionales, en general, no se plantean las mismas. Pero sí nuestros alumnos. Son muy comunes entre ellos, comentarios de este tipo,

¿por qué tengo que aprender esto?, ¿para qué me sirve?....

En definitiva:.... **¿para qué me enseñan esto?**.

Tampoco los padres se plantean estos interrogantes.
Y hay una tradición escolar que resuelve este problema simplemente explicando que habrá una recompensa ante el esfuerzo y que el estudiante la tendrá más adelante. Por ejemplo,

"cuando estudies otras asignaturas verás que te será muy útil este procedimiento", ó "la matemática te entrena mentalmente para la resolución de otros problemas de la vida cotidiana o profesional"...., etc.

Esta tradición escolar se asienta en la concepción de lo que se enseña, en matemática u otra ciencia, "disciplina" ó da una serie de reglas y técnicas para algo. O sea las matemáticas son una disciplina. Y la escuela cumple con una función preparatoria.
Esto mirada sobre la matemática desde la institución debe ser modificada por sus actores y las razones están dadas por:

- las necesidades matemáticas de la vida cotidiana están a la vista en un mundo más moderno y tecnológico. Estas necesidades están muy lejos de ser resueltas con el mero y rutinario entrenamiento matemático, sino que requieren del sentido o significado del conocimiento matemático

- la extensión de la formación obligatoria de nuestros niños y adolescentes exige de una formación matemática útil que permita inmediatamente su uso.

La sociedad de la era digital requiere no sólo una nueva forma de enseñar matemáticas, sino de una nueva matemática para ser enseñada. Una **más útil y diferente matemática**, sin dejar de ser el cuerpo racional y lógico de lo numérico y geométrico, debe estar en la escuela y atraer a sus alumnos.
Esa diferente matemática, permitirá a cualquier ciudadano leer las situaciones matemáticas del mundo en que vive y cualquier sea su condición social.
Y surge así la tarea urgente de formar a los profesores de las matemáticas escolares. Sabemos que muchos temas importantes de la Matemática están ausentes en las aulas y deben ser recuperados. Como ejemplo está la ausencia de la geometría en las aulas, en general. Por eso la formación de los docentes en matemática implica un doble desafío: **deben ser preparados para dar más matemática y diferente matemática.**

1.2. ¿Enseñar o aprender matemática?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Las distintas posiciones filosóficas y las teorías epistemológicas relativas al conocimiento matemático ejercen una influencia determinante en la educación matemática. Reflexionaremos acerca de las incidencias que tiene la concepción del docente sobre **lo qué es la matemática** en la configuración del proceso de enseñanza- aprendizaje.
Trataremos las dos grandes tradiciones epistemológicas y sus influencias en el modo de enseñar y aprender matemáticas. Por una lado está la concepción de la matemática como objeto de enseñanza y su expresión verbal más corriente en el ámbito institucional: "transmitiendo conocimiento" y, por otro lado, la matemática como objeto de aprendizaje y su expresión correlativa: "construyendo conocimiento".

- **¿Enseñar matemáticas?**

Desde la primera perspectiva, de la escuela formalista, la matemática es concebida como un objeto de enseñanza. El matemático descubre el conocimiento en una realidad que le es externa; el conocimiento matemático ya está. Una vez descubierto, hay que sí "justificarlo" dentro de una estructura formal y este es el producto que puede ser enseñado.
En esta concepción el profesor debe trasmitir unos conocimientos matemáticos que el alumno debe recoger y decodificar sin modificarlos. También evaluará cuánto de ese contenido de su discurso es capaz de reproducir. La didáctica sería la encargada de optimizar la secuencia de contenidos y establecer el contexto de justificación de los mismos, contexto que adquiere un rango superior de conocimiento.

- **¿Aprender matemáticas?**

Desde la perspectiva constructivista se afirma que los objetos matemáticos no están en un mundo externo a quien está "conociéndolos", sino que son producidos, construidos por el individuo en un proceso continuo de reestructuración de sus estructuras cognitivas.
Piaget sostiene que el aprendiz se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten "verlo" de cierta manera, y extraer de él una determinada información que será asimilada por dichas estructuras produciendo modificaciones en las mismas. Las observaciones se modifican sucesivamente, según lo hacen las estructuras cognitivas del sujeto, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.
En esta concepción del aprendizaje, lo relevante es la actividad del sujeto, por lo que no hay un objeto de enseñanza, sino de aprendizaje. Es pues, el conocimiento matemático el resultado de la reflexión del individuo sobre sus acciones interiorizadas (la denominada "abstracción reflexiva o reflexionante").
La matemática que se aprende no es un cuerpo codificado de conocimientos, externo ó ajeno al sujeto, sino esencialmente la actividad le genera a este sujeto.
Desde la perspectiva socio-cultural, el conocimiento es contextual y construido socialmente. Conocer es actuar, ir dando significados (socialmente definidos) al objeto para determinarlo conceptualmente y , además, es comprender de manera que nos permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad de negociación de significados.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

La tarea del docente será diseñar y presentar situaciones que recurriendo a las estructuras anteriores del estudiante, le permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas asociaciones a él. Después se compartirían estos significados con los demás alumnos, el profesor, y los textos. De esta manera se dimensiona doblemente el conocimiento adquirido: personal ó adquirido por construcción personal y social, a través de su institucionalización en la clase.

1.3. ¿Se construye el significado del conocimiento matemático?

La actividad del alumno, por lo expuesto hasta aquí, es la de construir significados asociados a sus propias experiencias de vida (incluida la experiencia lingüística). La interacción social con sus compañeros permitiría la negociación de tales significados.
En el proceso de la construcción de significados podría darse el paso de la etapa de un razonamiento informal, ligado a la experiencia cotidiana, a la de razonamiento formal en donde ya se hace uso de la demostración, primero bajo la forma de justificaciones y luego como fundamentaciones u argumentaciones formales.
El lenguaje cotidiano o natural del alumno y el lenguaje formal de la matemática tienen un lugar muy importante en la gestión del significado del conocimiento. El lenguaje matemático tiene distintos niveles de formalización e incide en el proceso de conceptualización matemática y una adecuada gestión de los significados se asienta en un control didáctico de las traducciones entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático o simbólico.

1.4. Las representaciones en matemática. ¿Qué es un marco? ¿Qué es un registro?

Toda vez que tenemos que resolver un problema matemático es necesario identificar el dominio de la matemática en el que conviene abordarlo.
Así como existen muchas maneras de presentar una información, una idea o un objeto matemático, es necesario también, encontrar una representación adecuada para cada concepto matemático que estudiamos.
Regine Douady en sus "juegos de marcos" nos dice que *el marco* "está constituido por los objetos de una rama de la matemática, por las relaciones entre los objetos, por sus formulaciones eventualmente diversas, y por las imágenes mentales asociadas a esos objetos y relaciones". Así hay un marco algebraico, aritmético, geométrico, etc. La noción de *marco* está vinculada con un campo determinado de la matemática.
Un *registro*, en cambio, está constituido por los signos (pueden ser trazos, símbolos, íconos, etc.). Entre los siguientes registros usados en la matemática estarán los siguientes: registro verbal o coloquial, registro icónico, registro tabular, registro gráfico, registro algebraico o simbólico, registro algorítmico o registro informático.
En el marco geométrico, podemos usar el registro gráfico, verbal, simbólico, icónico, tabular, etc.

1. 5. La enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hoy

En los últimos veinte años un vasto movimiento ideológico internacional preconiza la especificidad del proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y propulsa el desarrollo de la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Didáctica de la Matemática. Es en Francia, con la llamada Escuela Francesa, donde se ha formado el cuerpo principal de los conceptos teóricos desde los cuales se reclama su reconocimiento como disciplina autónoma en el campo científico.
Desde allí se da un viraje en el campo de la educación matemática con el surgimiento de la Didáctica de la Matemática. Anteriormente la preocupación estaba en reducir la distancia entre el saber enseñado y la disciplina. La idea primera era que con el conocimiento de la matemática bastaba para enseñarla bien. Ahora se piensa y, es vasta la producción científica internacional, en esta línea, que la enseñanza de la matemática tiene su problemática y métodos específicos que le son propios y exclusivos.
En la Argentina, las sucesivas reformas han sugerido y provocado cambios en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Si bien el desarrollo de las nuevas ideas se ha realizado de manera diferente en cada lugar, puede advertirse la realización de investigaciones ejecutadas por diversos grupos de trabajo en casi todos los niveles de enseñanza, con más énfasis en los primeros.
Estas producciones pueden verse en los documentos curriculares (nivel prescriptivo de reciente elaboración), en los libros de textos y materiales de apoyo didáctico para los docentes (lo que puede ubicarse como un nivel propositivo y actualizado) y de difusión o de investigación.
No obstante todo esto todavía tiene en nuestro país una escasa e inestable inserción en las estructuras educativas impidiendo el mejoramiento deseable y duradero de la calidad de la educación matemática.
El trabajo y la investigación de equipos de docentes en las escuelas y en la Universidad, con el acompañamiento de las adecuadas gestiones institucionales, es lo que permitirá el abordaje inteligente de las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática que plantea nuestro actual sistema educativo.

1.6. El impacto de la Didáctica de la Matemática en la cuestión curricular

La situación actual de cambio en la Didáctica de la Matemática ha ejercido un fuerte impacto en lo curricular. A partir de la Ingeniería Didáctica de los franceses, y con las producciones realizadas por expertos en didáctica de la matemática de la comunidad internacional, se ha instalado una situación de experimentación y cambio para la educación matemática movilizada por estas nuevas ideas.
Entre las ideas-ejes del pensamiento actual en la educación matemática, se destacan:

- La concepción de la actividad matemática como una actividad cuasi-empírica (I. Lákatos), su historicidad e inmersión en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder) que lleva a la matemática a constituirse en un subsistema cultural
- La educación matemática como un proceso de "inculturación", de inmersión en las propias formas del proceder del matemático
- La revaloración de la intuición y apoyo en lo real y concreto, a partir de la historia de la matemática que muestra que la matemática ha procedido de manera semejante a las otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, hasta alcanzar el grado de formalización con que se la conoce.
- La distinción de los procesos del pensamiento matemático, a través de los aportes de la psicología cognitiva y la necesidad de fortalecer los procesos de pensamiento verdaderamente eficaces en los alumnos, dado el cambio vertiginoso en la categorización de unos contenidos sobre otros.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- Los impactos de las nuevas tecnologías, que orientan a la educación matemática de tal manera que permita aprovechar el bagaje tecnológico actual en las aulas
- La reconocida influencia de los aspectos afectivos en el aprendizaje matemático y la conciencia de la importancia de la motivación en el aula lleva a la educación matemática a bucear en el sentimiento estético y el placer lúdico que esta ciencia es capaz de proporcionar, humanizando en el aula su saber y aprender[1].
- El reconocimiento de la potencialidad matemática para el aprendizaje de la creatividad que ha ampliado el campo de la educación matemática que debe recorrer el camino del pensamiento lateral junto al pensamiento que le es propio llamado vertical o lógico.

1.7. La matemática y la creatividad

- **¿Qué es la creatividad?**

En estos momentos se habla bastante acerca de la creatividad. Nadie discute la importancia que tiene la creatividad en distintos ámbitos de la vida humana. Además ya se han estudiado cuestiones como el cultivo del talento creador, sus obstáculos, la evaluación de la creatividad, la educación para la creatividad y técnicas y estrategias para incrementar la creatividad.
La creatividad es el proceso **de presentar un problema a la mente con claridad** (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego **originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales**. Supone una profunda reflexión, que lleva a la persona creadora por caminos nuevos para ella.
Robert Crawford en su libro Techniques of Creative Thinking presenta el método del listado de atributos que ideó para la educación en la creatividad. Este método, considerado como simple y eficaz para la innovación, es explicado así: “cada vez que damos un paso lo hacemos cambiando un atributo o cualidad de algo, o si no aplicando la misma calidad o atributo a alguna otra cosa”.
La mayoría de los productos de la creación, tal como se nos presentan hoy, no se lograron de una sola vez. Fueron sucesivamente modificándose hasta su actual configuración. Por ejemplo, en la electrónica, cientos y cientos de científicos e inventores han hecho cada uno un poco en este campo. Y así la civilización representa la creación en que cada una de las personas ha contribuido. Las ideas se apilan unas sobre otras y allí está la arquitectura de la creación.

- **¿Qué es lo que vincula a la matemática con la creatividad?**

Ya hay literatura abundante referida al aprendizaje de las matemáticas y a su valiosa ayuda para el desarrollo de la comunicación, el lenguaje, el juicio crítico, el sentido común, el razonamiento lógico y de acuerdo a aportes científicos recientes, la configuración de conductas. Investigaciones actuales aseguran que con un entrenamiento diario en las matemáticas se logra un increíble estímulo cerebral mejorando tanto la capacidad de análisis como la actividad creativa.
La formación escolar tradicional tiende a desarrollar parcialmente nuestra capacidad mental favoreciendo sólo el desarrollo del hemisferio izquierdo que tiene que ver con nuestro

[1] Gil Pérez, Daniel; de Guzmán Ozámiz, Miguel. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones. IBER CIMA Editorial Popular S. A. España.1993

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

comportamiento lógico, minucioso y prudente. Y poco se ocupa del hemisferio derecho que tiene que ver con la creatividad, la intuición y la audacia. Y estamos desaprovechando la potencialidad del poderoso ordenador que es nuestro cerebro.
Los hemisferios, izquierdo y derecho del cerebro tienen funciones totalmente distintas y procesan información de diferente manera, según los estudios neurológicos. Es fundamental hacer trabajar estas dos partes en equilibrio y armonía.
La matemática contribuye a la integración del trabajo lógico con el creativo. El matemático y neurocientífico Stanislas Dehaene, Director de la Unidad de Neuroimagen Cognitiva del Instituto Nacional de Salud de Francia, estudió la naturaleza de los mecanismos cerebrales relacionados con el lenguaje y la aritmética. Con las modernas técnicas de exploración de imágenes, y con niños aprendiendo matemáticas, investigó la estimulación de los lóbulos parietales del cerebro. Y los cálculos, dice el investigador, estimulan ambos hemisferios, favoreciendo tanto el desarrollo analítico (regido por el izquierdo) como el creativo (dominado por el derecho). El niño generalmente hace las cuentas con el auxilio de los dedos de la mano derecha y así estimula especialmente el hemisferio izquierdo (que controla la parte la parte derecha del cuerpo), que también es el área del lenguaje.
Carlos Rossi, investigador de UTN de Neurosimulación Aplicada y coordinador del Instituto Kumon Argentina, que aplica un método japonés para la enseñanza de la matemática sostiene que: “La práctica de la matemática en forma temprana mejora los problemas de comprensión del lenguaje”.
El cálculo mental, estimula el lóbulo frontal y, en particular, la corteza prefrontal izquierda. Las investigaciones mencionadas aseveran que es en esta parte del cerebro donde se generan las actividades cognitivas más elevadas del ser humano, como el juicio particular y el sentido común.
Por otra parte el neurocientífico Ryuta Kawashima, de la Universidad de Tohoku, Japón, descubrió que el lóbulo prefrontal del cerebro se desarrolla más en aquellos que realizan ejercicios matemáticos con regularidad.
Hasta sostienen, estas reveladoras investigaciones que el estudio metódico de la matemática pueden cambiar la personalidad de los alumnos. De niños introvertidos y tímidos pasan a ser más comunicativos, autónomos y responsables.
Y es más, para los adultos también las matemáticas potencia la actividad cerebral, pero los procesos son más lentos dado que el rendimiento intelectual y la plasticidad neuronal (o capacidad de las neuronas de formar nuevos circuitos) disminuyen con la edad.
También las matemáticas sirven para el mejoramiento de la autoestima y autoconfianza, que favorecen el desarrollo intelectual lógico y creativo.

- **La enseñanza de la creatividad y la matemática**

Especialistas del tema de la creatividad nos dicen que el problema de la enseñanza de la creatividad tiene dos aristas: 1) la selección del alumno creativo, junto al alumno inteligente, y 2) la propuesta en el aula de experiencias que aumenten el potencial creativo de los niños.
Los estudios realizados sobre los alumnos muy creativos muestran un amplio espectro de personalidades creativas, por lo que es fácil entender que el desarrollo del talento creativo no parece ser resuelto por un solo método.
Todo el sistema educativo está organizado en función del talento académico. Deben las instituciones todas, si quieren formar ingenieros, médicos y, en general, profesionales creativos, repensar sus acciones.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Estudios realizados sobre los alumnos creativos llevaron a ver que esa independencia fue fomentada en el seno de su hogar con padres que eran en general personas autónomas y que apostaron con confianza y responsabilidad a su capacidad para discernir y hacer lo apropiado, dentro de lo que estaba razonada y perfectamente pautado.
Ese clima familiar detectado en los alumnos creativos, debería quizás ser estudiado en nuestras realidades, para que las instituciones recreen ese clima apropiado al desarrollo de la independencia de los alumnos creativos.
Hay que destacar la importancia que tiene la actitud del docente, quien debe saber elaborar estrategias para generar la autoconfianza de sus alumnos, asignándoles tareas de real importancia en las que ellos mismos sepan formular sus propios problemas y admitan el desafío de resolverlos creativamente.
Pensar en la educación para la creatividad debe ser pensar en compatibilizar los intereses teóricos con los estéticos. Porque las personas creativas no se conforman con encontrar las soluciones a sus problemas. Saben buscar lo verdadero y bello.
Buscar lo estético en el aprendizaje de las profesiones es asegurar el incremento del talento creativo de los futuros profesionales.
Se deberá, si quiere atender a la formación en la creatividad, incluir al lado de la formación escolar la formación en áreas de la experiencia humana para facilitar en el alumno la percepción del significado y a los usos de la analogía, los símiles y las metáforas, los deleites y posibilidades del juego imaginativo, por ejemplo, con la incursión en campos que están más allá de sus propias especialidades.
La creatividad no debe considerarse reñida con la formación del juicio crítico tan buscado en la enseñanza de la matemática. Deberán ser tratados simultáneamente.
También habrá un lugar para aprender y usar la disciplina y el autocontrol, pero una vez aprendidos deberán utilizarse de manera flexible y no compulsivamente.
Sugieren los estudiosos de la creatividad que la característica de intuitivos de los alumnos creativos, puede fomentarse con un entrenamiento de la transferencia de un tema a otro, buscando principios comunes, tratando de encontrar relaciones entre conocimientos diferentes, indicando que piensen en formas de analogías y metáforas, buscando equivalencias simbólicas de experiencia en la variedad más grande posible de modalidades sensoriales, usando juegos imaginativos y observando los hechos estudiados en varias perspectivas o contextos.
Con estas consideraciones es fácil entender que la enseñanza de la matemática puede ser útil en la educación para la creatividad. La matemática permite al alumno el desarrollo de sus ideas y estimula el redescubrimiento del conocimiento humano. Desde la mayeútica de Sócrates a los métodos heurísticos de la psicología cognitiva, aparecen pedagogos, psicólogos y profesores que sostienen lo mismo en diferentes épocas.
La matemática es una ciencia fundamental para el desarrollo de la sociedad y por ello se presenta como la acción más creativa del hombre. Y la matemática seguirá creándose mientras exista un hombre. En esa óptica los alumnos apreciarán las aristas de la creatividad en la matemática.
El aprendizaje de la matemática es un proceso de construcción y a través de ese proceso pueden, tanto los niños como los jóvenes, con materiales y actividades creativas, con planteos oportunos y reveladores, estimular el desarrollo de sus ideas, poniendo en funcionamiento sus estructuras intelectuales.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Al lado del desarrollo intelectual del alumno se logra el desarrollo de la inventiva y los procesos creativos, la capacidad intuitiva y la argumentación y la formulación matemáticas.
Plantear el aprendizaje matemático como un desafío del pensamiento divergente y convergente de cada alumno es proponer una matemática movilizadora, estimulante, adecuada al ritmo de cada alumno y por sobre todo generadora de la autoconfianza en el mejoramiento de sus talentos intelectual y creativo.

- **¿Qué puede hacerse desde la matemática para educar para la creatividad?**

Uno de los intereses fundamentales de la educación matemática es la de enseñar al alumno cómo pensar. Pero nuestra educación nos entrena a pensar de manera analítica o deductiva, para enjuiciar o evaluar, mientras deja de lado el pensamiento sintético o creativo.
Hay un mito, recientemente destruido, de que el talento creativo es patrimonio de unos pocos y que tiene que ver más bien con las artes o las letras. Hoy sabemos que todos podemos aprender a ser creativos y formarnos en la creatividad echando mano a cualquier disciplina.
La matemática puede servir mucho a la creatividad. En efecto, si atendemos a las cualidades creativas, una mente activa y curiosa, una insatisfacción constructiva, la tendencia a concretar lo ideado, un buen acopio de conocimientos fundamentales y una actitud deliberada y organizada ante un problema, puede verse claramente que las mismas pueden desarrollarse con el quehacer matemático[2].
Las fases que se han concebido para un enfoque creativo de un problema son las siguientes: definición del problema, búsqueda de los métodos de solución, evaluación de las ideas, selección y desarrollo de las ideas y ejecución de la solución.
Todas estas fases de trabajo intelectual planteadas para el logro de la creatividad se corresponden con las etapas que Polya plantea para la resolución problemas en matemática[3].
Polya sostiene que los pasos para resolver un problema matemático son:

- Comprender el problema
- Diseñar un plan para resolverlo(estrategias de resolución)
- Ejecutar el plan
- Verificar las soluciones

Entonces es posible que al lado del pensamiento lógico y matemático ó convergente, se ejercite el pensamiento lateral o divergente al tratar la matemática en cualquier nivel de enseñanza y más aún en los primeros niveles.

1.8. La matemática emocional

¿Por qué hay niños que gustan tanto de las matemáticas? ¿ y por qué a otros estas mismas matemáticas disgustan mucho? Hoy en día crece la idea de desentrañar los aspectos emocionales

---

[2] Davis, G.; Scott, J. (compiladores). Estrategias para la creatividad; Centro Regional de Ayuda Técnica, Agencia para el Desarrollo Internacional (AID), E.E.U.U. y Editorial Paidós, Bs. As.

[3] Polya, George; Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México.1981.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

del conocimiento, en los que hay que buscar las causas de los fracasos estudiantiles. Ya es conocido que los factores afectivos como las emociones, creencias y actitudes están presentes en el proceso de aprendizaje.
Por ello, el aprendizaje de la matemática debe ser realizado en un contexto de afectos, emociones, valores y creencias y alejar la imagen de frialdad y racionalidad que muchos han elaborado para la matemática.
Debemos construir la dimensión emocional de la educación matemática. Educar en la matemática debe ser crear las condiciones para que cualquier alumno obtenga de esta disciplina una vivencia satisfactoria y grata, además de útil.
La matemática emocional se aventura en hacer de la enseñanza de la matemática una tarea más agradable e interesante.

1.9. Una síntesis

Se inicia la presentación temática con la diferenciación de los enfoques corrientes sobre las matemáticas escolares: *la matemática para enseñar y la matemática para aprender*. Esto es la matemática como objeto de enseñanza, la matemática que se trasmite y la matemática como objeto de aprendizaje, la matemática que se construye. Y se abunda en consideraciones epistemológicas relativas al conocimiento matemático que ejercen una marcada influencia en la educación matemática. Pero lo más destacado, es la necesaria construcción individual y colectiva del *significado del conocimiento matemático* como la meta de la matemática escolar.
La matemática como una *ciencia formal* requiere de un *sistema de representación*, que es necesario conocer e interpretar para comprenderla. Y así se habla de la noción de *marco*, dando los ejemplos más comunes de marcos, aritmético, algebraico, geométrico, etc. y los consiguientes registros. Esto, en la idea de aprovechar los “juegos de marcos” de Douady, para el mejoramiento de la comprensión conceptual.
Se plantean después, aspectos teóricos de las actuales corrientes de pensamiento en Didáctica de la Matemática dando énfasis a la *Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau* y a la llamada *Ingeniería Didáctica* de la Escuela Francesa.
Se aborda la matemática y la creatividad a partir de la necesidad de hacer confluir *el pensamiento lógico, racional y convergente*, que es propio de la matemática, con *el pensamiento divergente o lateral*, presente también en la producción matemática y que permite la formación creativa del niño. La educación en la creatividad es de indiscutida importancia para el mundo de hoy. Y la matemática puede contribuir con ella, ya que la matemática toda es creativa.
Y por último se trata *la matemática emocional*, como una apuesta a la educación matemática a través de los afectos, en especial para los niños con necesidades educativas especiales.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

1.10. Actividades para orientar las prácticas docentes

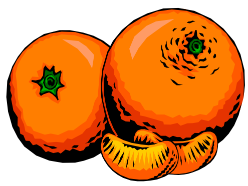
Actividad N° 1

Mira la figura y escribe cinco líneas sobre lo que ella te sugiere, tratando de establecer relaciones con lo leído en el capítulo del módulo sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Y estarás ejercitando tu potencial creativo.

Actividad N° 2

El proceso de aprendizaje matemático debe darse de una manera semejante a la que el hombre ha seguido en la creación de las ideas matemáticas. Esto es con el espíritu explorador con que un niño comienza a indagar sobre su juguete nuevo, con sorpresa y curiosidad y gozando del placentero esfuerzo del descubrimiento. Así debe darse la aproximación pedagógica a la Matemática. **Aprender matemática es hacer matemática, y hacer matemática es resolver problemas.**
Se propuso a los alumnos el siguiente problema:
En una verdulería hay una oferta:

NARANJAS	
2kg	*$2*
5Kg	*$ 2,80*

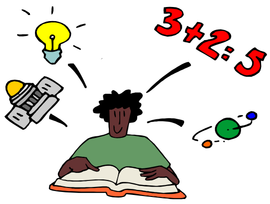


¿Cuánto les parece que costarán 10 kilos?. Expliquen las respuestas

a) Anticipa dos respuestas diferentes de los alumnos
b) Resuelve el problema
c) ¿Cómo guiarías la resolución del problema en una clase?
d) Indica algunas variables que podrían agregarse al problema si se da en un contexto de compra

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 3



En la evolución de la inteligencia infantil, las acciones concretas (juntar dos cosas con tres cosas, sacar tres caramelos de un grupo de siete caramelos) aparecen antes que las acciones interiorizadas (en las que se representan mentalmente las acciones concretas ya realizadas). Las primeras sirven de fundamento a las últimas. Cuando esas acciones interiorizadas se hacen reversibles se transforman en operaciones. Jean Piaget decía que para que 2 +2 = 4 (siempre 4 y no 3 ó 5) sea de por sí evidente para un niño, más allá de toda definición nominal y convencional, es fundamental que haya comprendido que 4-2 = 2 y 4 : 2 = 2. Esto es, que sus acciones se hayan organizado en operaciones reversibles.

- Supón que trabajas con dos niños (uno de 4 años y otro de 6 años) y les planteas la siguiente situación:
  Si entrego al pequeño 4 caramelos y al mayor 3; ¿cuántos caramelos tienen entre los dos?
  Realiza la experiencia y registra las observaciones de lo que realizan los niños o anticipa los procedimientos que cada niño puede realizar para resolver la situación.

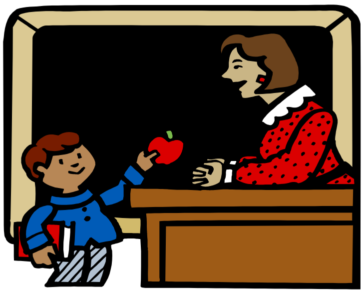
- A los mismos niños les planteas estas situaciones:

1- *Tenía 5 bolitas, jugando gané 4¿Cuántas tengo ahora?*
2- *En la frutera de casa hay 3 manzanas y 6 naranjas ¿Cuántas frutas hay?*
3- *Anita compró 3 chocolatines, su tía le regala 5 caramelos. ¿Cuántas golosinas tiene ahora?*

Ofrécele la posibilidad de usar material sin obligarlos a su uso. Registra las secuencias de las acciones y los procedimientos que utilizó cada niño ante cada situación. Toma nota de las "verbalizaciones" de los niños.
¿Qué puedes advertir con respecto a las dificultades de las situaciones presentadas?, ¿cuáles ofrecen más dificultad? ¿Por qué?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 4



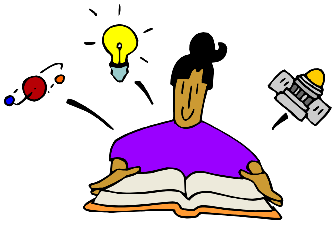
Mientras el niño elabora la serie numérica efectúa operaciones de adición y de sustracción. Sin embargo, esto no quiere decir que estas dos operaciones se construyen simultáneamente.
"...los resultados obtenidos por Piaget y sus colaboradores demostraron hasta qué punto el pensamiento de los pequeños se centra en los aspectos positivos de la acción: acción, percepción y cognición. Los aspectos inversos, recíprocos o de algún modo negativos, pertenecen a una construcción ulterior" (Kamii, Constance, *El niño reinventa la aritmética*)
Presenta a tres niños: uno de Nivel Inicial, otro de primer año de EGB1 y otro de segundo año de EGB1, las siguientes situaciones:

1- *A Juancito le regalaron 7 caramelos, 4 de leche y los demás de fruta. ¿Cuántos caramelos de fruta le regalaron a Juancito?*
2- *Ana tiene 8 marcadores y Valeria 5. ¿Quién tiene más? ¿Cuántos de más?*
3- *A Ernesto le prometieron regalarle 9 estampillas para su álbum; ya le entregaron 6. ¿Cuántas estampillas faltan entregarle?*
4- *Marcos compró 9 figuritas y Andrés 4. ¿Quién tiene de menos? ¿Cuántas de menos?*

Ofrécele la posibilidad de utilizar material, sin hacer obligatorio su uso. En caso de utilización de material, registra la secuencia de las acciones como también los procedimientos que utilizó cada niño ante cada situación. Toma nota de las verbalizaciones. Analiza los registros obtenidos y compara los procedimientos utilizados por cada niño en las distintas situaciones.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 5



En el aprendizaje de la multiplicación, los niños siguen un proceso en su comprensión que se logra con el entendimiento del papel de las *dos variables intervinientes* en esta operación matemática y que la diferencia de la suma (la multiplicación no es una suma abreviada como habitualmente se dice): *el operador multiplicativo* que indica el número de veces o el número de operaciones a realizar, y las relaciones de *compensación* que se dan entre *el multiplicando y el multiplicador*.
Los niños al resolver situaciones problemáticas relativas a la operación de la multiplicación, aún sabiendo multiplicar e incluso dividir y conociendo las tablas y hasta las propiedades de la multiplicación, la mayoría de las veces, no utilizan ni reconocen estos conocimientos para la búsqueda de las soluciones. Pero sí son capaces de encontrar procedimientos extraordinariamente ricos e ingeniosos, a veces sorprendentes, para solucionar las situaciones planteadas.

Dadas las siguientes situaciones:

- *Las fichas de un juego cubren un tablero. El tablero contiene 3 columnas y en cada columna hay 4 filas. ¿Cuántas fichas hay en el tablero?*
- *En una pizarra se marcaron los tantos de los Equipos Rojo y Azul. Para el equipo Azul se han anotado 2 tantos 5 veces seguidas. ¿Cuántos tantos le correspondieron al Equipo Azul?*

Plantéalas a tres niños: uno de primero, uno de segundo y otro de tercer año de la EGB1. Haz la presentación a un niño por vez, observando procedimientos y conductas de cada niño. Del análisis y comparación, podrás orientar la diferenciación de las características de una situación multiplicativa de las de una aditiva. Pero, ¿cuándo el niño diferencia la multiplicación de la suma?. ¿es cuándo distingue la función que cumple el multiplicador?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 6

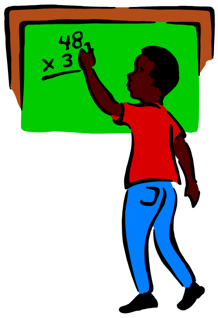
La división exacta es la operación inversa de la multiplicación, como ésta lo es de la división. Es decir que a través de la división se anulará la transformación producida por la multiplicación y viceversa.
Ante la situación *¿cuánto cuestan tres bolsas de caramelos si cada una vale 2 pesos?;* podemos formular como inversa la siguiente:
Con seis(6) pesos quiero comprar bolsas de caramelos que valen 2 pesos cada una. ¿cuántas puedo comprar?
Intenta formular otra situación inversa de la recién planteada
Enuncia las situaciones inversas de las situaciones dadas en la actividad anterior:

- *Las fichas de un juego cubren un tablero. El tablero contiene 3 columnas y en cada columna hay 4 filas.¿Cuántas fichas hay en el tablero?*
- *En una pizarra se marcaron los tantos de los Equipos Rojo y Azul. Para el equipo Azul se han anotado 2 tantos 5 veces seguidas. ¿Cuántos tantos le correspondieron al Equipo Azul?*

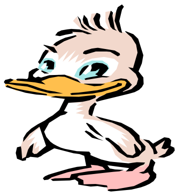
Presenta estas situaciones a dos niños: a uno que conozca la división y a otro que no conozca la división. Registra los procedimientos y anota las verbalizaciones y / o representaciones de los niños.
Mientras el niño llegue al resultado a través de acciones concretas no podemos decir que "dividió". Todavía no hay operación. La operación aritmética es una acción mental.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 7

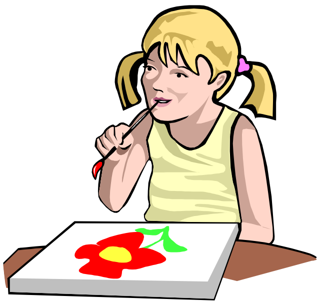


El hecho de que el niño recite las tablas del dos, del tres o de cualquier otro número, ¿es un indicador que ha construido la multiplicación? Veamos...si el niño en el recitado olvidara alguno de los productos, ¿cómo "sale" de la situación? Desde la enseñanza podríamos hacernos otra pregunta, ¿cómo podemos evitar el olvido? " Lo importante no es el olvido, sino la incapacidad para restituir el contenido olvidado..." (Ferreiro, E. y Taberosky, R.). Por eso el aprendizaje de las tablas deberá lograrse por un camino diferente de la mecanización.
Para el abordaje de la multiplicación por dos, puede ser válido el planteo de la siguiente realización didáctica: encontrar *"el número de patitas de los patitos de la granja que visitamos"*.



Diseña esta actividad, en el módulo que sigue la presentaremos como una ingeniería didáctica, y ensáyala con niñitos de segundo año de EGB1, primero y después con niñitos de segundo año de EGB1. Anota los procedimientos, las verbalizaciones y las dificultades. ¿Tuviste que hacer ajustes a la actividad propuesta? ¿por qué?¿puedes plantear situaciones inversas como la que sigue: "si veo 8 patitas de patitos, ¿cuántos patitas hay?"
Imagina e ingenia otras actividades, o ingenierías didácticas, para el aprendizaje de las multiplicaciones por tres y cuatro con niñitos de distintas edades. De tu práctica docente anticipa las estrategias y los posibles obstáculos de los niños. Aplica tu ingeniería y comenta lo registrado a través de "la observación participante" los aciertos, las dificultades y los ajustes a realizar en la ingeniería para poder provocar la construcción de la multiplicación. Ensaya el planteo de las situaciones inversas? ¿Cómo provocarías la interacción social entre los niños? Realiza un análisis didáctico de la ingeniería aplicada. ¿Cuáles son tus conclusiones?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3



- Plantea a niños de distinta edad la construcción de las tablas de multiplicar y observa las maneras en que restituye los productos que olvida
- La tabla pitagórica es un recurso valioso que puede utilizarse en la construcción de las operaciones de multiplicación y división

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

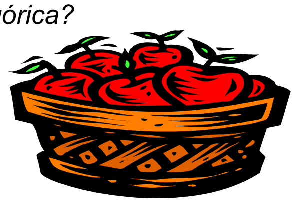
Actividad N° 8

Esta tabla de doble entrada es lo que se llama la “tabla pitagórica” y permite tener a mano todas “las tablas de multiplicar”.(¡hasta la tabla del 11!)

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											

Presenta la siguiente situación problemática:

En una canasta vacía 6 niños colocan 3 manzanas cada uno. ¿Cuántas manzanas hay en la canasta?¿Cómo usas la tabla pitagórica?



Si modificas la situación problemática anterior, permutando las cifras de esta manera:
“En una canasta vacía, 3 niños colocan 6 manzanas cada uno. ¿Cuántas manzanas hay en la canasta?¿Cómo representas esta situación”
Completa la tabla pitagórica y analiza los productos que figuran en la 1° fila, 1° columna, 2 ° fila y 2° columna y así sucesivamente, compara la 4° columna con la 1° y la 2° y 3°, etc. Anota tus conclusiones.
Piensa: ¿cómo trabajarías con la tabla pitagórica para que los niños construyan las tablas de multiplicar? ¿Y la división cómo la abordarías?

Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- Relee el punto 1.1. y escribe dos líneas sobre lo que piensas acerca de las matemáticas para los niños con necesidades educativas especiales

- Actualmente las orientaciones didácticas se centran en: ¿enseñar matemáticas o en aprender matemáticas? ¿Por qué?

- ¿Se construye el significado del conocimiento matemático? Haz alguna reflexión al respecto.

- Piensa en las representaciones que usas cuando trabajas con matemáticas. Si lo haces en el marco aritmético (de los números), por ejemplo, ¿qué registros usas? Y en el marco geométrico, ¿qué registros puedes usar?

- Relee el punto 1.6. y elige una idea-eje del pensamiento actual en educación matemática que creas que es la más significativa para la educación especial. Fundamenta tu elección.

- ¿La matemática es creativa? En caso afirmativo, piensa situaciones de la vida cotidiana que te muestran la creatividad en matemática.

- ¿Se educa en la creatividad? Haz algunas reflexiones acerca de la creatividad en la educación especial.

- ¿Qué es la matemática emocional? ¿Crees que se puede mejorar el aprendizaje matemático recurriendo a los afectos, o a la llamada inteligencia emocional, en especial en los niños con necesidades educativas especiales?

2. INGENIERÍAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

2.1. La ingeniería didáctica para la enseñanza de la Matemática.
2.2. Diseño, construcción, análisis y control de situaciones de enseñanza. Hipótesis básicas para la construcción de situaciones de enseñanza y aprendizaje.
2.3. Determinación y control de las variables didácticas de una situación de enseñanza.
2.4. Iniciación al análisis didáctico de situaciones de enseñanza.
2.5. Una síntesis
2.6. Actividades para orientar las prácticas docentes
2.7. Para pensar y crear

2.1. La ingeniería didáctica para la enseñanza de la matemática

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- **La didáctica de la matemática a partir de la Ingeniería Didáctica**

La Ingeniería Didáctica de la Escuela Francesa ha promovido una revolución en la enseñanza de la matemática en todos los niveles de educación y ha sido aceptada y perfeccionada por innumerables realizaciones de otras comunidades internacionales.
La preocupación por la didáctica de las matemáticas ha cobrado auge en diversos países. En Francia, se ha desarrollado como un área de investigación, asentada en la especificidad de las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje en la matemática, que rompe puntos de vistas, como el que buscaba acortar la distancia entre el saber de la disciplina y el saber enseñado o el que ponía el acento en la actividad del alumno a través de la pedagogía de la acción y del descubrimiento (Dienes, Picard y G. Papy). La Didáctica de las Matemáticas en Francia, tomando distancia de la Matemática y de la Pedagogía, comienza a desarrollar un campo teórico específico adaptado a su problemática y en función de los métodos de investigación que estaba en condiciones de utilizar[4].
La finalidad de la Didáctica de las Matemáticas es el conocimiento de los fenómenos y procesos relativos a la enseñanza de la Matemática para controlarlos y a través de ese control, mejorar el aprendizaje de los alumnos a través de la metodología de investigación que se conoce con el nombre de Ingeniería Didáctica.
En la perspectiva de la Escuela Francesa y con los aportes de la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, se propone el estudio de las condiciones que permitirán reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar de conocimientos.
Se parte de la idea de que el conocimiento de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas no es una conjunción de aspectos provenientes de las matemáticas, la psicología y la pedagogía, sino que requiere investigaciones específicas. No valen los modelos generales de los procesos de aprendizaje para organizar los conocimientos matemáticos, ya que provocan un aislamiento de los modelos psicológicos de la realidad a partir de la cual fueron construidos. Tampoco esta investigación puede reducirse a la observación y análisis de los procesos que tienen lugar en el aula, ya que se trata de determinar las condiciones en las que se produce la apropiación del saber por los alumnos, para lo cual se necesita ejercer un cierto control sobre ellas, lo que lleva a que el investigador deba participar en la producción (o diseño) de las situaciones didácticas que analiza.

- **La construcción del conocimiento**

Para la Escuela Francesa, la finalidad de la Didáctica de las Matemáticas es el conocimiento de los fenómenos y procesos relativos a la enseñanza de las matemáticas para controlarlos y a través de ese control, optimizar el aprendizaje de los alumnos. No se quiere promover un determinado tipo de pedagogía, por razones ideológicas, sino que los resultados experimentales vayan marcando los

---

4 Parra, Cecilia; Saiz Irma (Comps.). Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós Educador. 1995

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

pasos a dar para favorecer en el alumno la construcción del conocimiento a través de "situaciones didácticas" preparadas con ese objetivo. No obstante, las situaciones didácticas diseñadas y sometidas a experimentación obedecen a ciertas características en función de los presupuestos epistemológicos subyacentes a su producción.
En efecto, el conocimiento es una respuesta que el hombre ha logrado ante situaciones determinadas. Este objeto cultural, el saber cultural, desligado de su origen, es un producto descontextualizado y despersonalizado y así ingresa a los programas escolares.
Los sistemas educativos organizan la enseñanza de los contenidos escolares de una determinada forma, según la concepción que tienen acerca de los procesos de adquisición de los conocimientos. Hasta acá, la descomposición del saber en segmentos, que deben ser abordados en determinados periodos de tiempos y en secuencias predeterminadas, es la idea predominante.
Desde la perspectiva de los últimos aportes de los expertos en la enseñanza de la matemática, en general, y de la escuela Francesa, en particular, se hace necesario un serio replanteo curricular en todos y en cada uno de los niveles de enseñanza.
En efecto, se entiende que la educación institucional ideal no es la que transmite los saberes constituidos y legitimados socialmente, sino la que asegura unas condiciones adecuadas para que los alumnos ejerciten sus potencialidades y capacidades cognitivas, afectivas, sociales y de aprendizaje. Esto no significa, que en aras de esta interpretación deba dejarse en un segundo plano a los contenidos. Por el contrario, al lado de una visión constructivista de la enseñanza y del aprendizaje, se reconoce el papel trascendental que los contenidos tienen en lo curricular. Importa al curriculum institucional establecer cómo se aprenden y cómo se enseñan estos contenidos.
Los contenidos son ciertas tipos de los saberes culturales que abarcan conceptos, explicaciones, razonamientos, habilidades, lenguajes, creencias, sentimientos, actitudes, etc., que son considerados esenciales para el desarrollo y una sociabilización adecuados de los alumnos. Los contenidos llevan implícitos los criterios de selección que sobre ellos se operan para abordarlos en la institución.

- **La construcción del sentido de los conocimientos**

El rol que cumplen los contenidos, en el curriculum, es el de marcar aspectos del desarrollo que se quiere lograr en los alumnos. En cuanto a la concepción, prevalece hoy, la del aprendizaje significativo. Lo que interesa es que los alumnos puedan construir significados y encontrar el sentido de lo aprenden.
Pero la construcción del sentido no implica necesariamente la capitalización del saber y todo el trabajo institucional debe ser concebido para lograr este efecto. Las distintas teorías de la didáctica de la matemática, como la teoría de las situaciones didácticas (G. Brousseau), la dialéctica instrumento-objeto, los juegos de los marcos y ventanas conceptuales (R. Douaday 1984), el debate científico (M. Legrand, 1995), las representaciones metacognitivas (A. Robert y J. Robinet, 1989), los campos conceptuales (G. Vergnaud, 1991) preconizan la necesidad de ayudar a los alumnos en la construcción del conocimiento vinculado con la realidad, al mismo tiempo, que el logro de su agilidad mental y su espíritu crítico.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- **¿Qué es una ingeniería didáctica?**

La Ingeniería Didáctica surgió en Francia, dentro de la Didáctica de la Matemática, como un modo de trabajo didáctico comparable con el trabajo del ingeniero, quien para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos de su especialidad y lo somete a un control científico. El ingeniero debe, al mismo tiempo, trabajar con objetos muchos más complejos que los que trata su ciencia y por lo tanto debe abordar, con todos los medios disponibles, problemas de los que esta ciencia no se ocupa.
La preocupación de los estudiosos de la Didáctica de la Matemática, en los años ochenta, se centraba en lograr las vinculaciones entre la investigación y la acción en el sistema de enseñanza, considerando como objeto esencial de la investigación didáctica a las “realizaciones didácticas” en el aula.
La “realización didáctica” en el aula es una puesta en prueba de las construcciones teóricas elaboradas en las investigaciones, involucrando tales construcciones en un mecanismo de producción.
Y así la Ingeniería Didáctica se entiende hoy, dentro de la Didáctica de la Matemática, con un doble sentido: por un lado, contiene producciones para la enseñanza, basadas en los resultados de la investigación, logradas con el auxilio de metodologías externas a la clase, y por otro, como una metodología de investigación específica.
La Ingeniería Didáctica como metodología de la investigación, con dos niveles, la microingeniería y la macroingeniería, experimenta con la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. La Ingeniería Didáctica queda metodológicamente ubicada como la de estudios de casos y su validación es interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.
Dos ingenierías didácticas de valor incuestionable en la Didáctica de la Matemática son las que están implicadas en las tesis de G. Brousseau (1986) y R. Douady (1984).

- **Etapas de la ingeniería didáctica**

Las etapas de una ingeniería didáctica son cuatro: 1) análisis preliminar; 2) concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería; 3) la experimentación y 4) análisis a posteriori y evaluación.
La ingeniería didáctica es a la vez un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso en el cual el profesor ejecuta el producto adaptándolo a la dinámica de la clase. Y es justamente, con la Ingeniería Didáctica, que se logra la recreación del papel que juega el profesor dentro de la enseñanza, de protagonista del proceso investigativo en educación matemática.
Por ello que esta línea de investigación que se ha convertido en movilizadora de los cambios en la didáctica de la matemática.

2.2. Diseño, construcción, análisis y control de situaciones de enseñanza. Hipótesis básicas para la construcción de situaciones de enseñanza y aprendizaje.

- **¿Qué es una situación didáctica?**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Desde una óptica situacional o sea teniendo en cuenta el contexto, Guy Brousseau desarrolla las bases teóricas sobre la que sustenta la concepción de *situación didáctica.* Sostiene que “la Didáctica no consiste en ofrecer un modelo para la enseñanza, sino en producir un campo de cuestiones que permita poner a prueba a cualquier situación de enseñanza, y de corregir y mejorar las que se han producido, formulando interrogantes sobre lo que sucede.”
Brousseau distingue, entre *las situaciones didácticas* que él produce para su estudio experimental, cuatro tipos, cuya secuencia es la siguiente:

- *las situaciones de acción*, en las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico
- *las situaciones de formulación*, cuyo objetivo es la comunicación de información entre los alumnos
- *las situaciones de validación*, en las que se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen
- *las situaciones de institucionalización*, en las que se intenta que los alumnos adquieran el significado social del saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, formulación y validación

En *la situación de acción*, llamada por el mismo Brousseau “dialéctica de acción”, se dan intercambios de informaciones no codificadas, que no son fáciles de distinguir y varían de sujeto a sujeto.
En *la de formulación*, se dan intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje sobre entendido, sin debates ni pruebas, sin emitir juicio y de existir éste, no se indica implícitamente la validez del mismo, se presentan códigos y modelos de control propios a través de dibujos ó esquemas.
En *la validación,* hay un intercambio de juicios, que se organiza en teorías, demostraciones y definiciones, las que son suficientemente claras y socialmente aceptadas; en los intercambios de juicio, se puede recurrir a la validez pragmática, donde se aprecie fehacientemente, la eficacia del resultado.
En la cuarta dialéctica, la de *la institucionalización*, se intenta que el alumno asuma el significado socialmente establecido de un saber que ha sido elaborado por él en las situaciones de acción, formulación y validación. Es el momento en que el docente recontextualiza el conocimiento y espera que el alumno acepte su responsabilidad como sujeto que aprende y se asegure de la construcción de un conocimiento universal.
La *institucionalización* permite que las condiciones de enseñanza se justifiquen por la necesidad de dar un sentido a los conocimientos. Al institucionalizar el profesor asume una posición epistemológica que generalmente es difícil de reconocer o identificar e inclusive controlar. Esta posición, por lo general depende de la calidad misma del conocimiento que el profesor posea y de la relación entre teoría y práctica que pueda poner en juego.
La posibilidad de la aplicación de las situaciones o dialécticas de Brousseau en el trabajo del aula, se logra bajo la Ingeniería Didáctica.
Las situaciones didácticas se definen como un conjunto de relaciones establecidas explícita o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende elementos, instrumentos u objetos) y un sistema educativo representado por los docentes con la finalidad de lograr que los alumnos se apropien del saber constituido o en vías de constitución.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- **¿Qué implican las situaciones de enseñanza?**

Las situaciones de enseñanza, tienen en cuenta:

- Tiempo y espacio con características diversas y propias, grupos humanos diversos, heterogéneos

Las situaciones didácticas contemplan los procesos mentales de los niños deben poner en juego ante cada propuesta, en una etapa puramente lúdica y perceptiva para los niños del nivel inicial por ejemplo. Al pensar estas situaciones didácticas aparecen *las variables didácticas*.
Entre las variables didácticas están:

- Los objetivos y contenidos propuestos
- El material utilizado(variedad, pertinencia con los contenidos propuestos)
- La actividad que realizarán los alumnos y la propuesta del docente
- La organización de los alumnos en grupos, subgrupos
- El tiempo
- Las situaciones problemáticas que se presentarán

- **Los roles del docente en las situaciones didácticas**

En estas *situaciones de didácticas* Brousseau analiza los diferentes roles del docente:

- En la gestión del sentido de los conocimientos

La teoría de las situaciones organiza, así, los hechos didácticos y permite mejorar las clases, sin embargo Brousseau sostiene que no debe utilizarse en forma mecánica. Explica la elección de las condiciones de la enseñanza por la necesidad de dar sentido a los conocimientos, es decir lograr que el mismo alumno construya ese sentido. La dificultad que aquí aparece es si toda la construcción de sentido realizada por los alumnos es “institucionalizable”. La gestión del sentido, forma parte del contrato didáctico (docente/alumno) y constituye *uno de los desafíos más importantes de la didáctica.*

- En la institucionalización de saberes

No se puede reducir la enseñanza a la organización de aprendizajes. La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno y del aprendizaje por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico. Asimismo Brousseau alerta sobre la situación inversa: reducir todo a la institucionalización sin que el maestro se preocupe por la creación del sentido.

- En asumir una epistemología

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

"Si el maestro no tiene buen control de sus concepciones epistemológicas en las situaciones didácticas que propone, más cargados de consecuencias estarán sus errores. El conocimiento de las situaciones didácticas y la epistemología son indispensables". "Sin mediación epistemológica y didáctica, las declaraciones fundamentales resultan falsas".

- En conocer el lugar del alumno

El lugar del alumno en la relación didáctica ha sido estudiado y profundizado desde la psicología del aprendizaje, describiendo y analizando la lógica de los niños.
Sobre esto reflexiona Brousseau:
"¿Conocer al sujeto cognitivo basta para resolver los problemas del alumno? No creo. La creación y gestión de situaciones de enseñanza no son reductibles a un arte que el maestro podría desarrollar espontáneamente con buenas actitudes (escuchar al niño, etc.) en torno a simples técnicas (utilizar juegos, material o el conflicto cognitivo, por ejemplo). La didáctica no se reduce a una tecnología y su teoría no es la del aprendizaje sino la de la organización de los aprendizajes de otro o, más generalmente, la difusión y la transposición de los conocimientos. La discusión, por tanto no tiene sentido fuera de la didáctica"...
Dice Brousseau que "el maestro es una especie de actor que actúa según un texto que ha escrito en otra parte y según una tradición. Podemos imaginarlo como un actor de la comedia del Arte inventando su juego en el momento, en función de una trama."
Luego continúa: "A esta concepción subyace la idea -absolutamente cierta- de que el docente necesita libertad y creatividad en su acción. Un docente que simplemente recita no podrá comunicar lo esencial, y si quisiéramos hacerle presentar una situación sin margen para recrearla, la enseñanza fracasaría. ¿Puede existir una concepción más profesional del docente?¿Puede utilizar situaciones totalmente hechas para recrear condiciones de aprendizaje idénticas al modelo conocido?
Ello implica que distingamos entre lo que no se puede modificar y aquello sobre lo que se puede dirigir su talento profesional. Siguiendo con nuestra comparación, el actor se convertiría en un actor cuyo *texto* sería la situación didáctica por conducir (evidentemente, no el texto en sentido estricto)"

- **Otras cuestiones implicadas en el diseño de las situaciones de enseñanza**

Entre las nociones teóricas implicadas en el diseño de las situaciones de enseñanza para una determinada ingeniería didáctica está la de "obstáculos".
El aprendizaje por adaptación al medio, implica necesariamente rupturas cognitivas, acomodaciones, cambio de modelos implícitos (concepciones) de lenguajes, de sistemas cognitivos. Las ideas transitorias resisten y persisten. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el indirecto de los comportamientos de los alumnos.
Un *obstáculo* es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que no sirve cuando se aplica a otro. Y se resiste a ser modificado o ser rechazado convirtiéndose en una barrera para un aprendizaje posterior. Se muestra a través de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan *situaciones didácticas* diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles a conseguirlo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Se admite la posibilidad que tales errores puedan ser debidos a causas (ontogénicas, epistemológicas y didácticas), considerando a los obstáculos como *ontogénicos, epistemológicos y didácticos*, respectivamente.
Otra cuestión teórica tomada en cuenta es la referente a la relación con el saber y por ende la relatividad del conocimiento respecto de las instituciones.
Desde una óptica antropológica, la Didáctica de la Matemática es el estudio del Hombre- sociedades humanas- aprendiendo y enseñando matemáticas. Chevallard (1989) sostiene que la Didáctica de la Matemática estudia diferentes sistemas didácticos- formados por docentes, alumnos y saber enseñado- que existen actualmente o que puedan ser creados.
Para este autor, dado un objeto conceptual, "saber" ó "conocer" dicho objeto no es un concepto absoluto, sino que depende de la institución en la que se encuentra el sujeto. Por lo tanto se hace necesario distinguir entre *el saber institucional* y el *saber personal.*
La Didáctica tiene como problema central el saber institucional. El saber personal es en la práctica fundamental, pero epistemológicamente secundario. Sí en cambio, para lograr este saber institucional, es importante tomar en cuenta el conjunto de condicionantes que el alumno tiene en el aprendizaje, ó sea, en su relación personal con el objeto saber.
La relatividad del saber a la institución en que se desarrolla lleva al concepto de *"transposición didáctica"*, (Chevallard) el cual está referido a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado.
En una primera fase de la transposición se pasa del saber matemático al saber a enseñar. La constitución de un texto para fines didácticos, reduce la dialéctica, esencial al funcionamiento del concepto, de los problemas y los útiles matemáticos. Hay una "descontextualización" del concepto. También se asiste a un fenómeno de deshistorización, por el cual el saber toma el aspecto de una realidad ahistórica, intemporal, que se impone y no puede ser contestada en su origen, utilidad o pertinencia, ya que no aparece su productor.
Producida la introducción del concepto, el funcionamiento didáctico va a convertirlo en saber enseñado y sí requiere, una "recontextualización". Esta recontextualización no conseguirá, muchas veces y aún en el nivel superior de enseñanza, ni reconstituir el modo de existencia original de la noción, ni cumplir con las funciones para las cuales se había decido incorporarla.
Otra noción que está en el marco teórico de la construcción de *las ingenierías didácticas* para el abordaje de los contenidos matemáticos es la de *"contrato didáctico".* El contrato didáctico es un conjunto de reglas- muchas veces dadas implícitamente- que organizan las relaciones entre el contenido enseñado, los alumnos y el profesor dentro de la clase de matemáticas.(Brousseau, 1987). Muchos alumnos responden a una cuestión, no en función de un razonamiento matemático esperado, sino como un proceso de decodificación de las convenciones didácticas implícitas. El estudio sobre el contrato didáctico y sus relaciones con los procesos de aprendizaje son fundamentales para el análisis del significado real del conocimiento construido por los alumnos.
Es muy importante tener presente la noción de los *"campos conceptuales"* dada por Vergnaud. Cada situación de enseñanza no puede ser analizada usualmente con la ayuda de un solo concepto sino que precisa un conjunto de conceptos. Vergnaud (1990; 1998) se dedica al estudio de la enseñanza y aprendizaje de los campos conceptuales. La teoría de los campos conceptuales es la que más nociones cognitivas (en el sentido de cognición individual) ha introducido: esquema, invariante operatorio (concepto en acto y teorema en acto), concepto, campo conceptual, sentido de un

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

conocimiento. Las nociones de conocimiento y competencia matemática son usadas, pero no definidas explícitamente.
El esquema importa elementos actuativos (técnicas o modos de actuar) y elementos discursivos implícitos (conocimientos en acto); además está asociado a una clase de situaciones, entendidas como tareas. Es lo que para Godino y Batanero (1994) es una "praxeología personal".
Los invariantes operatorios (conceptos y teoremas en acto) son entidades cognitivas, no epistémicas, al igual que la noción de esquema de la cual son constituyentes. Un concepto en acto o un teorema en acto, es un concepto o un teorema juzgado verdadero por el alumno y utilizado en una acción.
Las ingenierías didácticas diseñadas para la construcción del conocimiento y su sentido por parte de los niños también toman en cuenta las teorías generales del aprendizaje como las del aprendizaje por descubrimiento (Bruner), la del aprendizaje significativo (Ausubel) y los aportes de Vigotsky.

- **Los niveles de la comprensión matemática**

La conceptualización o la comprensión que cada alumno logra de un concepto matemático es la captación o apropiación del significado del objeto (objeto matemático) a que hace referencia el mismo.
La matemática es un sistema conceptual lógicamente estructurado y socialmente compartido. *La conceptualización* pasa por los siguientes *niveles o categorías*: **intuitivo** (operatorio), **declarativo** (comunicativo), **argumentativo** (validativo) y **estructural** (institucionalizado). El logro de estos niveles o formas de comprensión para un concepto o un campo conceptual precisa la organización de situaciones o momentos didácticos específicos, que pueden ser asimilados a los que Brousseau (1986) propone en su teoría de situaciones didácticas.
Se han ensayado ingenierías didácticas que permiten conocer y controlar el nivel alcanzado por el alumno en el proceso de la conceptualización matemática. En estas ingenierías didácticas, se toman los niveles o categorías que pueden acomodarse con los distintos tipos de situaciones didácticas.
Los niveles evaluados y las situaciones didácticas puestas a consideración de los alumnos son:

1) **intuitivo** (operatorio), que se corresponde con **la situación de acción** sobre el concepto y en la que el alumno debe tomar decisiones para organizar su actividad para resolver el problema;
2) **declarativo** (comunicativo), que se corresponde con la situación de comunicación de la información, llamada **situación de formulación;**
3) **argumentativo** (validativo) con la situación didáctica de validación en la que el alumno debe explicar o fundamentar lo que hace y
4) **estructural** (institucionalizado) que se da en la **situación de institucionalización**, en la que se busca la significación social del saber que ha sido adquirido en las situaciones de acción, formulación y validación.

- **Hipótesis básicas en la construcción de situaciones de enseñanza**

A partir de las consideraciones teóricas realizadas aquí, en el diseño de ingenierías didácticas o situaciones de enseñanza para la construcción del conocimiento matemático y su sentido por parte de los niños, se advierte que deberán elaborarse situaciones de enseñanzas complejas,

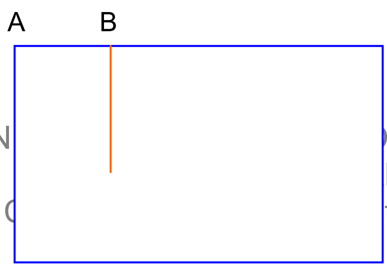
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

problematizadoras, eventualmente lúdicas, estableciendo un contrato didáctico entre docentes y alumnos que tenga en cuenta: distribución de responsabilidades, roles, asignación de plazoa temporales, permisos concedidos, recursos disponibles. Este contrato didáctico responde a la puesta en marcha del concepto de tríada didáctica: docente, alumno, saber a enseñar (objeto del conocimiento). La situación didáctica relaciona estos tres componentes y por lo tanto deberá ser construida con estas hipótesis o supuestos:

- que la actividad propuesta constituya un verdadero problema a resolver en la situación planteada por el docente, en un contexto determinado, con contenidos seleccionados y secuenciados previamente. Esta situación debe representar un desafío, un problema real que movilice y dinamice el proceso de construcción del conocimiento por parte del alumno y a través de la búsqueda de sus soluciones
- que la situación de enseñanza cree entornos de aprendizaje para que los alumnos exploren sus propios modos de conocer y las grietas que éstos presentan para la explicación de determinadas cuestiones de la realidad. Lo que Howard Gardner llamó "encuentro cristobaliano", comparando el sujeto que aprende con Cristóbal Colón, cuando ejercita el pensamiento del descubridor con sucesivos replanteos, cada vez más profundos, exhaustivos y críticos
- que estimule el trabajo cooperativo con pares en interacción de pequeños grupos
- que promueva la formación de alumnos competentes y capaces de revisar ideas previas superando concepciones erróneas y reemplazándolas por nuevos conocimientos
- que tenga en cuenta el proceso de transposición didáctica y permita establecer relaciones con contenidos de otras disciplinas

2.3. Determinación y control de las variables didácticas de una situación de enseñanza.

Las anticipaciones que se pueden hacer en relación con los resultados de una situación didáctica deben tener en cuenta las condiciones de realización*: ¿Se han enfrentado ya los alumnos a situaciones parecidas?, ¿cuáles son los conocimientos disponibles para resolver la situación? ¿cómo plantea el maestro la actividad? ¿se han explicitado los modos de trabajo?.* Todos estos aspectos relativos a la historia particular de una clase intervienen en los resultados de una situación. También existen variables específicas de la situación propuesta, cuyo cambio conlleva modificaciones importantes en las estrategias de resolución de los alumnos y en la relación que ellos tienen con las nociones puestas en juego. A esas condiciones de la situación sobre las cuales se puede operar para favorecer u obstaculizar el empleo de cierta estrategia y, por lo tanto, para cambiar la relación de los alumnos con el conocimiento se las denomina *"variables didácticas"*
La siguiente situación propuesta de Guy Brousseau:
La figura ilustrar un rompecabezas que se entrega a los alumnos organizados en grupos. Cada grupo debe agrandar el rompecabezas de manera que el lado AB que mide 4 cm pase a medir 7 cm. Cada integrante del grupo debe ocuparse de agrandar una pieza individualmente. Una vez que todos hayan terminado se reúnen para armar el rompecabezas.



La estrategia mayoritaria consiste en sumar 3 cm a cada uno de los lados de las piezas, conservando los ángulos rectos. Por supuesto que los alumnos fracasan y se dan cuenta al querer rearmar el rompecabezas. Si en cambio se les pide que armen el nuevo rompecabezas con la condición de que la pieza que mide 7 cm mida 14 cm, la mayoría de los chicos duplica los lados obteniendo la solución correcta. Los datos del problema modifican el procedimiento puesto en juego. *Los datos* constituyen *una variable didáctica* de la situación.
Cabe destacar que el que hecho de que los alumnos utilicen una estrategia correcta para el caso en el que de 7cm deben pasar a 14 cm, no significa que los alumnos abandonen la estrategia errónea para el caso que deben pasar de 7cm a 10cm. Los modelos de estrategias usados por los alumnos coexisten. Es necesario provocar el rechazo explícito de la estrategia equivocada en una tarea de ingeniería didáctica por parte del docente. El docente como un ingeniero debe provocar y controlar a través de situaciones didácticas el rechazo de la estrategia equivocada o sea la idea de sumar un número constante a cada uno de los lados de una figura para obtener el mismo rompecabezas ampliado.

- **Los posibles procedimientos de los niños al resolver una situación de enseñanza**

Los procedimientos que los alumnos emplean para resolver un problema planteado pueden pensarse como la puesta en acto de propiedades correctas o no que el niño tiene incorporadas en relación a los conceptos con los que está trabajando al enfrentarse al problema. Esta puesta en acto no significa un uso conciente de las propiedades en cuestión.
Es a través de la puesta en común de las estrategias de los alumnos lo que hace posible explicitar las propiedades que las sustentan, provocar la evolución hacia procedimientos más económicos y rechazar aquellas que se apoyan en ideas erróneas.
En la medida en que la conceptualización implica la construcción de propiedades vinculadas a un concepto como el rechazo de las ideas erróneas asociadas al mismo, el trabajo didáctico hace necesario seleccionar aquellas variables didácticas que favorezcan la aparición de la diversidad de procedimientos.

- **Un ejemplo**

Cuando se aborda la enseñanza de la división entre número naturales y se plantea la resolución de un problema que involucra una división aparece en general la estrategia de las restas sucesivas. Esta estrategia funciona mientras la cantidad de restas a realizar es relativamente pequeña (por ejemplo 64 : 12), pero si la diferencia entre dividendo y divisor es muy grande(por ejemplo si se debe dividir 385 : 12), el procedimiento se vuelve muy engorroso. Es entonces que se encuentra sentido a la búsqueda de una estrategia más económica como la de ir restando múltiplos del divisor.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

De esta forma el algoritmo queda así:

3 8 5	1 2
- 1 2 0	1 0
2 6 5	+ 1 0
- 1 2 0	+
1 4 5	1 0
- 1 2 0	+
2 5	2
- 2 4	3 2 **Cociente**
1	**Resto**

Es fácil advertir que el análisis de las posibles estrategias para abordar el resultado de la división permitirá seleccionar sobre qué variables didácticas se puede actuar para promover el progreso hacia estrategias más generales.

- **Las formas de validación**

Seño, está bien?. Es quizás la pregunta más corriente entre los alumnos cuando tratan de verificar los resultados de su actividad. Pareciera que la misma está orientada por un tipo de relación en la cual la validación de la actividad matemática del alumno sea autoriza desde el exterior, a través de la palabra del maestro. Sin embargo, lo importante del trabajo matemático del alumno es que él pueda saber por sus propios medios si el procedimiento usado es correcto o no es correcto, si el resultado es posible o no tiene asidero, si el argumento de su compañero es consistente o contradictorio.
Ahora conseguir que los niños se hagan cargo de la validación de su propia actividad no es una cuestión sencilla. Es por eso que el análisis de las formas de validación es una dimensión muy importante en *el análisis didáctico de toda ingeniería didáctica* que promueve la construcción del conocimiento matemático y de su sentido.
Es necesario realizar la siguiente pregunta sobre la situación de enseñanza diseñada para una determinada ingeniería: ¿qué posibilidades ofrece la situación planteada para que el niño establezca relaciones que le permitan detectar la validez de sus resultados, aún cuando no esté en condiciones de corregirlos en caso de ser erróneos?
En el caso del rompecabezas ampliado, los integrantes del grupo que fracasan al tratar de armarlo con las piezas ampliadas, se dan cuenta de que el procedimiento usado es incorrecto. Esta es una *validación pragmática*, es el resultado de una experiencia.
Otro ejemplo para validar son *las situaciones de emisor-receptor* (un grupo emisor envía un mensaje al grupo receptor para que realice una tarea, por ejemplo un grupo ordena mensajes para la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

construcción de un cuadrilátero que no se determina y que sólo conocen los del grupo emisor). Si se da la realización efectiva de la tarea por parte del receptor el mensaje queda validado.
En la geometría se pueden ver dos tipos claros de validación: la *validación perceptiva o experimental,* de la percepción del espacio físico y la *validación argumentativa o anticipatoria de la percepción* o del espacio geométrico.
En el diseño de las ingenierías didácticas la atención a las formas de validación por parte del alumno es fundamental. Ya se sabe que no es tarea fácil. Por ello las consignas deben indicarlas expresamente. Por ejemplo: *"¿cómo pruebas que tu resultado es correcto? " ¿Cómo indicas a tu compañero que tu razonamiento es cierto?"*

- **Los distintos contextos de aplicación**

Sean estas dos situaciones planteadas en forma tabular

* *Completa la tabla que relaciona cantidad de paquetes y cantidad de figuritas, sabiendo que todos los paquetes traen la misma cantidad de figuritas*

Cantidad de paquetes	**4**	**8**	**2**	**10**		
Cantidad de figuritas					**100**	**120**

* *Un motor consume en 4 horas 20 litros de combustible. Completar la tabla que relaciona el tiempo de marcha del motor con la cantidad de combustible que utiliza, sabiendo que el gasto por hora es siempre el mismo.*

Tiempo de funcionamiento (en horas)	**4**	**8**	**2**	**10**		
Combustible que consume (en litros)					**100**	**120**

Las tablas de ambas situaciones son las mismas. Sin embargo la naturaleza de las magnitudes hace que la primera sea viable en un segundo o tercer año de la EGB1 mientras que la segunda exige cierta comprensión de las magnitudes tiempo y capacidad, comprensión que generalmente se alcanza un poco más adelante.
Es fundamental considerar que:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- en el primer caso, como se está trabajando con números naturales, las relaciones establecidas en la tabla pueden extenderse al cálculo de otros valores
- en el segundo caso, en cambio, si se introduce, por ejemplo el cálculo de gasto de combustible para 12 minutos de funcionamiento del motor, no alcanzarán las relaciones establecidas hasta el momento. Se deberá hacer un cambio de unidades o establecer la relación 12 minutos = 1/5 hora.

La resolución de una situación que relaciona magnitudes continuas exigirá establecer una correspondencia entre dichas magnitudes y los números que se utilizan para medirlas teniendo en cuenta una determinada elección en las unidades de medida. En el problema del motor, por ejemplo, la constante de proporcionalidad es 5 litros por hora. Se da ahora la misma situación, expresada mediante otra relación de proporcionalidad:

Tiempo de funcionamiento (en minutos)	**60**	**120**	**30**	**1**
Combustible que consume (en litros)	**5**	**10**	**2,5**	**1/12**

1/12 litros por minuto

- **Las formas de representación**

La modelización de la matemática es sin dudas la mejor estrategia para la búsqueda del sentido de los contenidos matemáticos. Y vinculadas con la modelización están las distintas *formas de representación.* Una representación es siempre un recorte que pone de relieve algunos aspectos y oculta otros. Se piensa que el conocimiento del alumno puede avanzar partir de que establezcan correspondencias entre las distintas formas de representación que una situación admite.

Para determinadas situaciones conviene elegir una representación en lugar de otras, y que con cada representación se gana y se pierde en ciertos aspectos; pero es muy conveniente que quien aprende pueda elegir la representación más adecuada. Cada representación por otra parte agrega conocimiento respecto del objeto que se estudia.

2.4. Iniciación al análisis didáctico de situaciones de enseñanza

Es necesario que el docente tenga presente el análisis didáctico de las situaciones de enseñanza que lleva al aula. Ese análisis es *a priori* de las realizaciones didácticas y también a posteriori de las mismas. El análisis didáctico lleva implícito cuestiones de tipo, epistemológicas, psicológicas,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

cognitivas y específicamente didácticas. Por ello la pregunta: *¿el análisis didáctico es un trabajo de matemática o de didáctica?* En tanto se realiza con la finalidad de organizar situaciones de enseñanza, es un trabajo de didáctica; pero al concretarlo se hace posible una mayor comprensión de los conceptos y, por lo tanto, se profundiza el conocimiento matemático disponible. La relación entre didáctica de la matemática y matemática abandona su tradicional relación lineal para dar lugar a una relación dialéctica. Esta dialéctica sirve para mejorar la calidad de los saberes de los docentes en formación. Esta dialéctica es la que permitirá remover una concepción de la didáctica dedicada a la búsqueda de recursos ajenos a la matemática y promoverá una matemática que plantee para sí el problema de la enseñanza.
De allí la importancia que todo docente de matemática se ocupe y se preocupe por el análisis didáctico de sus realizaciones en el aula.

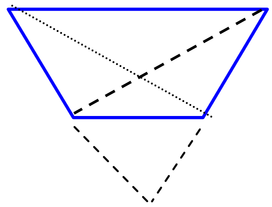
2.5. Una síntesis

En este capítulo se aborda una presentación teórica de las ingenierías didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática a la luz del enfoque actual de la Escuela Francesa de la Educación Matemática. Concebida *la ingeniería didáctica* como una *realización didáctica* para el control de la construcción del conocimiento matemático, en el que el docente desempeña un rol similar al de un ingeniero, que pone en ejecución un saber determinado para controlar sus efectos, se describen sus etapas y se dan las hipótesis sobre las que debe asentarse la construcción de situaciones de enseñanza.
Siguiendo a Brousseau se presentan *las situaciones didácticas de acción, formulación, validación e institucionalización* y su vinculación con los niveles de la comprensión conceptual: *nivel intuitivo, nivel declarativo, nivel argumentativo y nivel estructural.*
También de Brousseau, se toman los distintos roles del docente en la gestión del conocimiento del alumno y se realiza un análisis de cada uno de ellos.
Se destaca la necesidad de conocer *los obstáculos, epistemológicos, ontogénicos y didácticos*, y partir de ellos diseñar las ingenierías didácticas para la construcción del conocimiento matemático.
Se plantean las variables didácticas de una situación de enseñanza y se realiza el análisis de situaciones de enseñanza de la matemática, los contextos en las que se presentan las mismas, las formas de validación del conocimiento, y las necesarias maneras de la institucionalización del conocimiento por parte del docente.
En todo el capítulo se trata a la ingeniería didáctica como una metodología para el abordaje de la matemática escolar, en la inteligencia de lograr la transposición a la educación especial. También se da espacio para considerar a la ingeniería didáctica como una metodología de la investigación didáctica, que el docente de matemática debe realizar.

2.6. Actividades para orientar las prácticas docentes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 9



Sea la siguiente situación de enseñanza relativa a geometría:

- *Construye el eje de simetría de un trapecio isósceles*

a) *plegando la figura*
b) *utilizando regla graduada*
c) *utilizando regla no graduada*

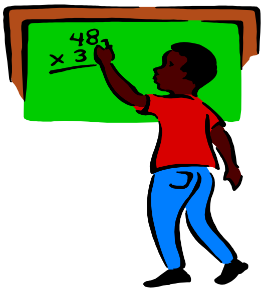
Para realizar la tarea a) el alumno sólo usa la percepción; para la consigna b) es necesario usar la propiedad del eje de simetría que pasa por el punto medio del segmento determinado por un par de puntos simétricos y, en cambio para el apartado c) se exige el hecho de que los puntos unidos en una simetría ortogonal pertenecen al eje de simetría.

Responde:

- ¿Los materiales usados en los distintos apartados de la situación, actúan como variables didácticas?, ¿modifican sustancialmente las propiedades empleadas para resolver la situación?
- ¿Qué diferencia encuentras con las variables didácticas del rompecabezas dado por Brousseau?
- Tomando como eje esta situación de enseñanza, ¿se podría diseñar una ingeniería didáctica que te permita controlar los niveles de la comprensión de la simetría del trapecio isósceles? .

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 10



Algunos problemas de dividir (Peault, 1988):

1. Se dispone de 47 mosaicos para la pared del baño. Se colocan 6 mosaicos en cada fila. ¿Cuántas filas se podrán colocar?
2. Si se cuenta para atrás de 6 en 6 a partir de 47, ¿cuál será el último número enunciado?
3. De una varilla de madera de 47 cm, ¿cuántos trozos de 6 cm se pueden cortar?
4. De una varilla de madera de 47 cm se quieren hacer 6 pedazos de la misma longitud, ¿cuál será esa longitud?
5. Las cajas para casetes pueden contener 6 cada una, ¿cuántas cajas se necesitan para ubicar 47 casetes?
6. Se reparten equitativamente 47 bolitas entre 6 niños, dándole a cada uno el máximo posible, ¿cuántas tendrá cada uno?
7. Se reparten equitativamente 47 bolitas entre 6 niños, dándole a cada uno el máximo posible, ¿cuántas no serán repartidas?
8. Se reparten equitativamente $47 entre 6 personas. ¿Cuánto se le da a cada una?
9. Se deben repartir 47 litros de vino en garrafas de litros. ¿Cuántas garrafas son necesarias?
10. Seis personas heredan juntas un terreno de 47 hectáreas que deciden repartir en 6 lotes de la misma superficie.¿Cuál será la superficie de cada lote?
11. Si se multiplica un número por 6, se obtiene 47. ¿Cuál es ese número?
12. En una calculadora se aprietan sucesivamente las teclas, ”4”, ”7”, ”:”, ”6”, ”=” ; ¿qué aparece en el visor?

Todas son situaciones que se relacionan de una manera u otra con la división **47: 6**.
Realízalas y luego, responde:

- ¿la presentación de situaciones problemáticas de este tipo contribuyen a la construcción del significado de la división?
- ¿sirve para vincular la división con la operación de la multiplicación? ¿Y con la suma y la resta?
- ¿permite que el alumno construya las propiedades que caracterizan a esta operación y a la vez la distinguen de las otras operaciones?
- ¿Esta grilla de situaciones problemáticas funciona como una ingeniería didáctica para la construcción de la conceptualización de la división?
- Ordena, según tu criterio, una secuencia de complejidad creciente de las situaciones presentadas. ¿Cuál es la más fácil?, ¿por qué?. ¿Cuál es la más difícil?, ¿por qué?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

2.7. Para pensar y crear

- Explica, en dos líneas, lo que propicia la Didáctica de la Matemática de la Escuela Francesa.
- De la lectura del capítulo 2 de este módulo, responde: ¿qué significa la construcción del conocimiento matemático?, ¿y la construcción del sentido del conocimiento matemático?
- ¿Qué es una ingeniería didáctica?
- En tu tarea docente deberás elaborar ingenierías didácticas para el control de la construcción del conocimiento matemático. ¿Cuáles son las etapas de una ingeniería?
- Brousseau en su teoría de las situaciones didácticas nos habla de las *situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización*. Piensa ejemplos de cada una.
- Las situaciones de acción, formulación y validación son realizadas por los alumnos en la construcción del conocimiento matemático. ¿Cómo actúa en ellas el docente?
- En cambio la situación didáctica de institucionalización está a cargo del docente exclusivamente. ¿Por qué?
- En una situación de enseñanza se encuentran diversas *variables didácticas*. Imagina una situación de enseñanza y señala las variables didácticas de la misma.
- Los roles que Brousseau asigna al docente en las distintas situaciones didácticas son: 1) gestión del sentido del conocimiento, 2) institucionalización de saberes, 3) apropiación de una epistemología y 4) conocimiento del lugar del alumno.
  Elige uno de estos roles y explícalo. Discute tu opinión con la de un compañero.
- ¿Qué papel juegan los obstáculos de los alumnos en la construcción del conocimiento? .¿Pueden ser un punto de partida para el diseño de las ingenierías didácticas?
- ¿Qué significa el "contrato didáctico"? ¿Qué son los campos conceptuales?
- ¿Qué es contextualizar un contenido? ¿Qué significa su descontextualizarlo?, ¿y su recontextualización?
- ¿Cuáles son los niveles de la comprensión matemática? ¿Con que situaciones didácticas podrían ser controlados?. Explícalo
- Lee las hipótesis básicas para la construcción de situaciones didácticas y elabora un esquema explicativo que sintetice las mismas
- ¿Qué es la validación del conocimiento matemático? ¿Qué tipos de validación pueden darse en el aprendizaje matemático?

3. LAS TAREAS CURRICULARES

3.1. Análisis didáctico de situaciones para la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos en la educación inicial y educación básica

- **¿Por qué contenidos de Matemática en el Nivel Inicial?**

La revalorización del nivel inicial dentro del sistema educativo como espacio responsable de la conservación, producción y distribución del conocimiento socialmente significativo da una reconceptualización de la acción educativa de este tramo. En efecto la apropiación de la realidad por parte de los niños y niñas exige el trabajo con conocimientos que permitan leerla y comprenderla en sus múltiples manifestaciones.
Los contenidos son “instrumentos” para la comprensión del mundo y abarcan conceptos, procedimientos, valores y actitudes. Los contenidos conceptuales abarcan hechos, conceptos, ideas, interacciones, secuencias, principios, etc.. Los contenidos procedimentales incluyen estrategias, técnicas, habilidades, destrezas y se aprenden conjuntamente con los contenidos conceptuales. Los contenidos actitudinales comprenden valores, actitudes, normas... y se aprenden integradamente con conceptos y procedimientos.

- **La matemática en el Nivel Inicial y concepciones que han influido en su enseñanza**

Las consideraciones que hasta aquí realizamos, nos permitirán comprender mejor los aportes o influencias de las corrientes ideológicas que con sus postulados han marcado al nivel de enseñanza que nos ocupa, sobre todo en lo referente a la educación matemática.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Sostienen los especialistas que lo que más influyó en el Jardín o Nivel Inicial fue el ideario de la Escuela Nueva y los aportes de la Matemática Moderna y piagetianos que se tomaron y se modificaron desde el pensamiento de la primera escuela. Ella surge en oposición a la escuela tradicional y sostiene esencialmente el valor de la actividad del niño y de sus intereses y el significado de lo concreto.
Pensar que las actividades matemáticas de este nivel se completan con las clasificaciones, seriaciones, actividades con los "bloques lógicos", es atender sólo el desarrollo cognitivo del niño. Es lo que hasta hace unos años se realizaba en las salitas y que se explicaba con el concepto de **aprestamiento.**
Muchos trabajos han señalado que la idea de "aprestamiento" se vincula con concepciones conductistas del aprendizaje, sin embargo, esta concepción aparece en la labor de los jardines vinculada a "propuestas piagetianas". Actualmente se rechaza en el ambiente educativo la idea de aprestamiento, aunque, sin dudas, todavía subyace bajo otras denominaciones.

- **¿Cómo influye la Reforma de la Matemática Moderna en la educación matemática del Nivel Inicial?**

El movimiento internacional de los años 60, que se llamó Reforma de la Matemática Moderna, tuvo su eje en los contenidos, una matemática de estructuras, y propició una profunda transformación en la enseñanza en todos los niveles, partiendo de lo simple a lo complejo. En esa transformación le cupo al Jardín el trabajo sobre lo **prenumérico**.
Los bloques lógicos (material estructurado compuesto de 48 piezas que se diferencian unas de otras por cuatro atributos: la forma, el tamaño, el grosor y el color) y las propuestas para su utilización, elaboradas por Dienes, resultan muy representativos de las intenciones de la reforma.
Los números estuvieron prácticamente ausentes del Jardín. En su lugar se instalaron los elementos que forman parte de la definición de número de la matemática estructural. Se trataba de reproducir, en forma concreta y simplificada la construcción matemática, correspondencia término a término, clasificación de colecciones a partir de la relación "tantos como", número como cardinal, como representante de una clase de equivalencia. Se trataba de definir el número, antes de estudiarlo y utilizarlo.
Se esperaba que los niños pudieran aprender directamente los conceptos y las estructuras sin pasar por el camino de la construcción paulatina a través de la resolución de situaciones problemáticas.

- **¿Cómo llegan los aportes de la Psicología Genética al Nivel Inicial?**

El papel asignado a las estructuras y a la acción del niño por el movimiento de la Matemática Moderna, se ven reforzados por los trabajos de Piaget, que se refieren a la organización de las estructuras matemáticas en los niños a través de la abstracción reflexionante y que facilitaron una equivocada interpretación: la abstracción como derivada directamente de la manipulación de los objetos. Así es que las actividades de Matemática en el Nivel Inicial tienen como fin "la preparación y adecuación del pensamiento para la etapa lógica". La crítica que hace Brun, a la interpretación que se dio a Piaget, es que partiendo de la concepción teórica del número, como síntesis de la seriación y la clasificación, "se convierte a éstas como sub-objetivos, y se ejercitan aisladamente antes de

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

hablar del número, como si el niño no tuviera ninguna experiencia de éste y como si ningún modelo del número funcionase en él".

- **La Escuela Francesa y el Nivel Inicial**

La Escuela Francesa, de notable influencia en la actualidad, adoptó una posición constructivista e interaccionista en la perspectiva de la epistemología genética.
Parte de la tesis de que el sujeto que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo (Piaget, 1975) similar al que realizaron los productores de los conocimientos que se quieren enseñar. El saber, es para el alumno, el medio de seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplica a la resolución del problema planteado por la situación didáctica.
Las concepciones del aprendizaje que sostiene son:

- **Aprender por la resolución de problemas**

Un conocimiento funciona primero como un instrumento que permite elaborar soluciones, antes de ser identificado como objeto que puede ser estudiado por sí mismo, especialmente en su funcionamiento y sus relaciones con otros objetos de conocimiento. Esto se da en las situaciones de aprendizaje que vive el niño de Jardín, ya sean éstas situaciones **funcionales, rituales o construidas**.

- **Aprender es cuestionar conocimientos anteriores**

Los conocimientos no se acumulan. No se construyen de manera lineal y continua. Su elaboración está sometida a rupturas.

- **Aprender es renunciar a los propios errores**

- **Aprender es también repetir**

Aprender no se hace en una sola vez. Aprender es también volver atrás, por ende repetir, pero comprendiendo lo que se hace y por qué.

- **Aprender es comunicarse con otros**

Aprender no se logra en soledad, sino en un contexto de interacciones sociales

- **Los aprendizajes numéricos y la resolución de problemas en el Nivel Inicial**

- **El número: su naturaleza**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Se hace necesario hacer algunas consideraciones teóricas a la luz de la epistemología del conocimiento matemático y de los aportes piagetianos y post-piagetianos sobre la construcción del pensamiento lógico matemático.
El número como todo conocimiento matemático es *una idea*, es *una construcción mental*, es algo que ocurre en el pensamiento y que no tiene existencia en la realidad exterior.
Para Piaget es *la síntesis de la seriación y la clasificación*. Es decir, es la síntesis de dos tipos de relaciones que se logran a través de la “abstracción reflexionante”: las relaciones de orden y las relaciones de inclusión. De allí que el número es la síntesis de dos aspectos: *ordinal y cardinal.*
Estos dos aspectos son conocidos por los niños diferenciadamente: primero conocen el aspecto ordinal, a través del uso social de la serie numérica hablada y después el aspecto cardinal cuando reconocen a cada número de la serie como abarcativo de los anteriores.
Cuando el niño efectúa el conteo en un cierto orden, eso no asegura que pueda asociar el último número contado al total de elementos del conjunto. Por ejemplo, una ficha puede pensarse como un solo elemento, cuyo nombre es *uno*; si se agrega a ella otra ficha, que también es *uno*, se forma un nuevo conjunto llamado *dos*, que incluye al anterior y que será incluido en el que sigue o sea *tres*, y así sucesivamente.
El siguiente esquema muestra la diferencia entre la ordinalidad y la cardinalidad de los números de la serie:

Las actividades que pueden realizar los niños para el logro de la cardinalidad es el establecimiento de correspondencias entre platos y tazas, botones y ojales, servilletas y comensales, etc..

Los números se llevan al Nivel Inicial en los siguientes aspectos:

- **Los números como memoria de la cantidad**

Comprender que la enumeración es un medio especial para construir una colección equipotente a una colección dada, y sin su presencia

- **Los números para comparar**

Comprender que dos cantidades (y por lo tanto dos números) son comparables y pasar de las relaciones dicotómicas(mucho/ poco; pequeño/ grande; antes/ después...) al establecimiento de una relación doble: más que/ menos que; más pequeño que / más grande que.
Comprender que, dado un número, se pueden situar todos los demás en relación a éste
Comprender que para comparar dos colecciones, se puede utilizar la comparación de los números

- **Los números para agregar, juntar, y quitar**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Comprender que en las colecciones pueden realizarse las acciones de juntar, agregar y quitar elementos que pueden representarse numéricamente.

- **Los números para partir y repartir**

Comprender que una colección puede partirse y que este reparto puede traducirse completamente con números; establecer relaciones entre el todo y las partes.

- **Los números para "calcular"**

Comprender que una cantidad puede resultar de la composición de varias cantidades
Comprender que se puede operar sobre números para prever el resultado de una transformación (sobre colecciones o sobre una pista graduada)
Poner en práctica el *sobreconteo* para resolver problemas aditivos.

- **Se privilegia la resolución de problemas como actividad matemática esencial**

- **Un recurso para la enseñanza de la matemática en el nivel inicial: la "banda numérica"**

La introducción de la banda numérica tiene diversos fines:
- disponer de un instrumento que permite a los niños leer y escribir números
- comenzar a imaginar que la serie de números se prolonga tanto como se quiera, o en todo caso, que no termina en el último número conocido
- construirse una imagen mental de esta serie, de su organización y de sus regularidades; en efecto esta " línea mental" de números permite poner en relación unos números con otros;
- cada número corresponde a una posición en la fila
- es el anterior o el siguiente de otro número
- un número A, situado "más lejos" en la línea que otro B, es más grande que B

La introducción de la banda numérica puede realizarse a raíz de un problema para el cual se hace necesaria o para registrar hasta donde saben contar, etc.
Se expresa que la banda numérica actúa como "diccionario" de números cuando se lo necesita y es fuente de reflexiones para los niños.
Una niña, en una sala de 5 años, después de ciertas actividades con la banda dice: *"Al final, son siempre los mismos números: el 1, el 2 así sigue y después de nuevo pero con un 1 adelante y después con el 2 siempre se usan los mismos"*.
Reflexión que pueden realizar los niños al observar las "regularidades" de la serie numérica.

- **Indagando los conocimientos iniciales de los niñitos de la sala de 5 años en el campo numérico**

Para analizar los conocimientos iniciales de los niñitos de la sala de 5 años es muy útil tener en cuenta el presente diagnóstico extraído de las aulas de matemática de Francia (ERMEL,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

"Apprentissages mathématiques a école elementaire"). Este diagnóstico permitirá al docente diseñar las ingenierías didácticas para ampliar los conocimientos numéricos de los niñitos.

- **Caracterización de los conocimientos iniciales de los alumnos en el campo numérico en la sala de 5 años**

1- Conocimiento del recitado de los números
"¿Hasta cuánto sabes contar?"

2- Conteo

"¿Cuántos objetos hay?"

En una colección de objetos iguales y desplazables (por ejemplo, fichas) de un número menor que el que sabe contar.

3-Utilización del recitado para crear una colección
Si el niño sabe contar hasta diez (10), solicitarle que coloque en una caja ocho (8) objetos. Observar. Si se pasa en dos (2), advertirle cuál ha sido el pedido.

4- El sucesor
Por ejemplo: "Aquí había cuatro (4) y agrego uno (1). ¿Cuántos hay?"

5- Lectura y escritura de números
Con cartones con los números del 0 al 10. Presentarlos en desorden y preguntar: "¿Conoces algo de lo que está escrito?"

6-Contar a partir de:
Proponerle contar entre diez (10) y quince (15) y agregarle dos (2). Preguntarle el número total de objetos (ver si empieza de nuevo)
7-La utilidad de contar
Se presenta al niño x dibujos (elegir x en función del número que sabe contar)." Aquí tengo un cartón con dibujos y allá cubos. Tienes que poner un cubo sobre cada dibujo y será necesario que cada dibujo tenga un cubo. Ahora vas a ir a buscar los cubos y debes traerlos en un solo viaje." Anotar el método de conteo del niño; observar lo que hace delante del cartón, delante de cubos y finalmente cómo realiza la correspondencia.
8- Uso social del número
"¿Para qué sirven los números?; ¿dónde usas los números?"
Si el niño contesta que usa los números en la escuela, preguntarle: "¿y en la casa?"

- **La construcción del espacio y las relaciones espaciales en el Nivel Inicial. La medida**

Los niñitos que asisten al nivel inicial han comenzado a organizar el espacio que los rodea a través de sus movimientos y desplazamientos, así como sus acciones con los objetos al ubicarlos,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

levantarlos, arrastrarlos, etc. Los contenidos que se dan en este nivel abarcan *relaciones espaciales en los objetos, entre los objetos y en los desplazamientos*.

Vinculado con el espacio está el contenido escolar referido a las *mediciones.* Los niños que llegan al nivel Inicial también han tenido ocasión de realizar experiencias de comparación de magnitudes y han estado en contacto con instrumentos que permiten realizar mediciones de distinto tipo(por ejemplo: balanza, centímetro, regla, entre otros). La medida es el nexo entre los conocimientos geométricos, surgidos de la exploración del espacio circundante con los contenidos numéricos.

Los niñitos desde que asisten al nivel inicial han comenzado a *organizar el espacio* que los rodea a través de *sus movimientos y desplazamientos*, así como *sus acciones con los objetos* al ubicarlos, levantarlos, arrastrarlos, etc.

El estudio del espacio comprende *la ubicación* de los objetos en el espacio y *las relaciones espaciales.*

Todo cuerpo, una mesa, una silla, por ejemplo, está ubicado en el espacio, ocupa un lugar en el continuo tridimensional que habitamos. En este espacio es posible establecer *el límite o frontera* de los cuerpos.

El “topos” o lugar era pensado ya por Aristóteles como aquella “parte del espacio cuyos límites coinciden con los del cuerpo ocupante...”. Desde la concepción aristotélica, el lugar hace referencia a la discontinuidad de los objetos, a la propiedad que ellos tienen “de estar limitados por fronteras que separan los que les pertenece de los que no les pertenece”

Como un cuerpo que está ubicado en el espacio está siempre relacionado con otros objetos, surgen así las relaciones de:

- interioridad: dentro de, en medio de
- exterioridad: fuera de, entre, junto a, al lado de
- limitación: a lo largo de, alrededor de

El niño va adquiriendo intuitivamente la noción de interior, exterior y de límite o frontera en sus acciones cotidianas.

Así es que puede:

- reconocer el lugar de su casa en que se encuentra el baño, el dormitorio, el patio, etc.
- reconocer el lugar de la escuela en que está la salita
- abrir la puerta para salir de una habitación
- abrir la bolsita para sacra un objeto que está adentro
- sacar el papel de un caramelo para comerlo

De este modo el niño va descubriendo que los objetos tiene *un interior* y para llegar a él debe atravesar *la frontera* que los separa del *exterior*

Entre los juegos infantiles, las llamadas “rondas”, como “el gato y el ratón”, “¿el lobo está?”, “el arroz con leche”, son juegos que favorecen la construcción de estas nociones espaciales por parte de los niños. En efecto, en ellas el niño toma conocimiento de que la frontera (ronda) separa dos regiones: una interior donde está el ratón y otra exterior en donde se encuentre el lobo, por ejemplo; que hay un *adentro* y un *afuera*. Si la ronda se “rompe”, el niño trabaja intuitivamente la idea de *continuidad.*

En general, pueden conceptualizarse las *nociones topológicas* de *proximidad, cercanía, separación, orden, inclusión, entorno y continuidad.*

Nociones topológicas que sirven al niño para ir construyendo el espacio geométrico.

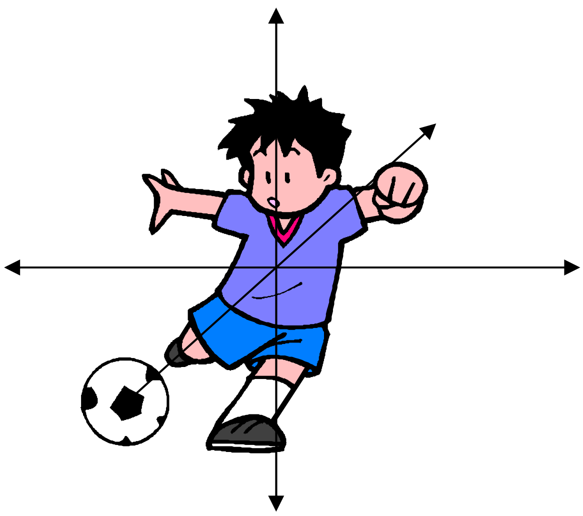
La Geometría, en una de sus conceptualizaciones más aceptadas, se define como la ciencia que estudia todo lo relativo al espacio.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Ahora, ¿qué es lo que entendemos por *espacio*?
En primer lugar diremos que la diferenciación entre *espacio físico* y *espacio geométrico*, es uno de los núcleos centrales de la epistemología genética del espacio. El primero se construye a partir de *los objetos físicos*; el segundo deriva de la acción aplicada a dichos objetos, es el resultado de la *abstracción reflexionante*, una construcción elaborada por el sujeto.
Jean Piaget, en su Introducción a la Epistemología Genética, y al referirse la pensamiento geométrico dice:
"El espacio como medio unificado común a todos los objetos, es pues una conquista de la inteligencia representativa...se trata entonces de comprender el mecanismo de la construcción".
De igual manera que el niño actuaba sobre los objetos y luego coordinaba las acciones realizadas, logrando *la construcción del número* como *síntesis de las operaciones lógicas de clasificación y seriación*, el niño interactúa en un entorno concreto a partir del cual comenzará el descubrimiento de relaciones espaciales. Estas relaciones son el resultado de *operaciones infralógicas*, constitutivas del pensamiento operatorio, dice Piaget.
Las operaciones infralógicas, que se organizan simultáneamente con las operaciones lógicas, versan sobre cantidades continuas, sobre los objetos que se pueden cortar en partes. Estas operaciones tienen en cuenta la vecindad y el orden en el interior de las figuras, así como las relaciones de las partes y permiten construir intelectualmente las nociones de espacio, tiempo y velocidad.
A medida que evoluciona el pensamiento del niño, pasando de la etapa del pensamiento intuitivo al simbólico, y de éste al operatorio, el niño va construyendo relaciones especiales específicas. La capacidad que el niño demuestra al reconocer distintas figuras como el cuadrado y el círculo, basada en la percepción, no implica que pueda representarlas gráficamente.
El espacio topológico se caracteriza por el conjunto de relaciones que pueden establecerse en una misma figura.
En cambio en el espacio proyectivo los objetos están situados uno en relación a otros, ya no en forma aislada, y la noción de este espacio surge como la coordinación de los distintos puntos de vista. Acá se hace necesario una descentración de las intuiciones geométricas inicialmente egocéntricas.
En el espacio euclidiano se ubican los objetos con respecto a un sistema de referencia, sistema de coordenadas (largo, ancho, profundidad altura), donde se tiene en cuenta la cuantificación de cada una de las dimensiones que se consideran.
En los estudios piagetianos se infiere que primero aparecen las nociones topológicas, luego las proyectivas, más tarde las afines y por último las métricas-euclidianas. Estas nociones es van integrando naturalmente hasta resolverse en sistemas totalizadores.
Una actividad para proponer a un niño del Jardín puede ser pedirle que copie una figura en una hoja en blanco (un cuadrado o un rombo) que está dibujado en otra hoja de las mismas dimensiones. Se observará que un niño de tres o cuatro años observará sólo las nociones topológicas como las de propiedad de ser cerrada o de interioridad o exterioridad. Así es que copiará un punto que se haya dibujado en su interior u otro que esté afuera de la figura presentada Un niño mayor recién comenzará a apreciar los lados rectos y los vértices (invariantes proyectivas), las dimensiones y la ubicación en la hoja (invariantes métricas).
La *"exploración del espacio"* por parte del niño lo conducirá sucesivamente a la discriminación de *las categorías de orientación espacial*, que le permitirán su ubicación en el mismo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Al ingresar a la escuela el niño ya ha adquirido las nociones adelante-atrás, anterior-posterior, nociones que determinan la categoría de *anterioridad*. El cuerpo del niño de pie, con los brazos abiertos, determina un plano vertical, que separa su espacio físico inmediato en dos semi-espacios: uno anterior y otro posterior, la dirección de esta categoría está dada por el eje antero-posterior.
También el niño puede reconocer arriba abajo, distinguiendo dos semi-espacios físicos. Estos quedan determinados por el plano horizontal que pasa, por ejemplo por sus hombros. Esta noción pertenece ala categoría de *profundidad*.
La *lateralidad* queda definida a partir del plano vertical que divide simétricamente al cuerpo humano y que permite identificar derecha-izquierda en relación adelante-atrás.
En primer término el niño reconoce las tres categorías de orientación en su *cuerpo* actuando como centro de un sistema de referencia de direcciones espaciales.
Luego distingue *las posiciones relativas* entre *él y los objetos* y *de los objetos entre sí*, pudiendo ser el sujeto o el objeto centro de referencia espacial.
Las distintas *categorías de orientación espacial*, en su conjunto, son la génesis de la construcción de los sistemas de referencia en el plano y en el espacio.



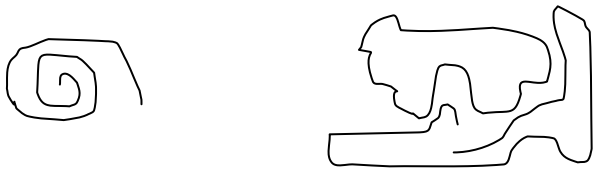
- **Algunas actividades que contribuyen a la construcción del espacio y las relaciones espaciales**

Se sugieren las siguientes actividades para proponer a los niños en sus juegos u otras situaciones de su vida diaria:

- En un día de clase, hacer salir a un niño del aula y mostrar la diferencia entre interior y exterior. Por ejemplo: *“Juancito está en la aula”* , *“Anita está fuera del aula*”

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- En un día de lluvia, al mirar por la ventana, podemos preguntar: ¿Por qué no nos mojamos aquí?
- En un momento de la clase, pedir un objeto que el niño tenga dentro de la mochila y preguntar: *"¿Por qué abres la mochila?*, *"si te olvidas de cerrarla, ¿qué puede pasar?"*
- Jugando en el patio, la señorita podrá marcar regiones en el piso y ubicará a los niños en una región. A una primera palmada de la maestra todos deben cambiar de región. A la segunda palmada todos se detendrán. Los que estuvieran en alguna línea o los que no hayan cambiado de región saldrán del juego. En una segunda etapa el juego puede completarse con un ejercicio de representación: en una hoja en blanco, en el aula, el niño deberá reproducir las regiones del juego realizado. Se analizarán todos los dibujos colocados en el pizarrón.
- En el patio la señorita podrá dibujar líneas simples abiertas y cerradas de distintos colores y pedirá a los alumnos que caminen sobre las líneas con la consigna de no volver atrás.



  Dejarlos descubrir qué líneas le permiten seguir caminado sin detenerse. Discutir diferencias entre líneas abiertas y cerradas, cómo hacer para cerrar una línea abierta, etc.
- En el patio de la escuela se ubican objetos y se realizan con ellos algún trayecto. La señorita dirá: *"debes pasar por la derecha de la sillita"*; *"entre la sillita y la pelota", "por delante de la mesa"*. Un niñito podrá inventar un trayecto y otro deberá recorrerlo.
- Se hará marcar o indicar trayectos con piedras, porotos, sogas, antes o después de recorrerlo. Se pedirá a los niños que busquen la manera de indicarlo.

- **La medida y el proceso de su construcción**

El niño inicia la construcción de la medida con procedimientos de comparación visual. Sin embargo el proceso de construcción de la noción de medida es un largo proceso. En él intervienen las operaciones infralógicas que son las que se refieren alas cantidades continuas.
Hollaway, G. E. T., en "La concepción de la Geometría según Piaget", dice: "la adquisición de la capacidad de medición es una síntesis de la posibilidad de comprensión de los principios de subdivisión y cambio de posición, que se logra mediante desplazamiento de una unidad iterable que actúa como unidad de medida"
La iteración (o desplazamiento sin superposición) y la partición son las operaciones infralógicas que intervienen en la construcción del concepto de medida.
El abordaje de la medida se inicia en el Jardín y continúa a lo largo de los distintos ciclos de la Educación General Básica.
La construcción del proceso de la medida por parte del niño está relacionada con la construcción de la Geometría que supone un avance desde la representación del espacio topológico del espacio a la noción euclidiana del mismo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

El niño se refiere a la posición de los objetos estableciendo relaciones del tipo “más lejos que”, “más cerca que”, que ya son indicadores de comparaciones intuitivas de *distancia*. De la misma manera que cuando comparo el largo de su cartuchera con la de su compañerito, establece comparaciones de longitud que no implican, sin embargo, la noción de *la medida.*
Pensemos en la innumerables situaciones cotidianas en las que el niño participa, que van desde la visita a supermercados o otros negocios, los paseos realizados por la plaza, barrio, camping, etc., recordemos las expresiones de los niños en su comunicación con los adultos y con los otros niños. Frases como *“un litro de gaseosa”*, *“un kilo de carne”, “una docena de empanadas”* son de uso corriente. Ellas hacen alusión a medidas de distintas magnitudes: longitud, peso, capacidad, etc.
Con respecto a la magnitud tiempo, el niño refiere sus experiencias al *tiempo vivido* por él. Hay subjetividad en sus apreciaciones temporales. Por ejemplo, los niños del nivel Inicial conocen cómo suceden los momentos de su tarea cotidiana. *“Señorita, es la hora del cuento”, “ahora nos vamos a la casa”,* son expresiones comunes de ellos con referencia al tiempo.
Cuando se desplaza o realiza un viaje el niño escucha y repite muchas distancias en metros, kilómetros, etc. y observando su comportamiento podemos apreciar el manejo global de la magnitud longitud. Son expresiones propias de los niños de esta edad, *“yo soy más alto que Juan”*, al comparar su estatura con la de su compañerito; o *“yo lanzo más lejos la bolita”*, al jugar con su amiguito”.
Todas surgen de manera intuitiva. Y a partir de su propia experiencia va construyendo el concepto de medida.
Cuando va comparando dos objetos, el niño descubre diferencias y semejanzas, establece una comparación cualitativa. Cuando puede mostrar que *“uno es más grande que el otro”*, por ejemplo, establece una comparación cuantitativa.
Ahora, ¿cuándo establece la medida?, o ¿qué significa medir?
Medir una cantidad es determinar el número de veces que otra cantidad-tomada como unidad- está contenida en ella.
Piaget dice: “el niño podrá operar cuando puede usar la medida como una aplicación del número al continuo espacial”.
La construcción de la noción del número y la exploración del espacio parecen desarrollarse independientemente y en forma paralela, pero al lograr la conservación de la longitud, amabas convergen en la medida.
Las investigaciones psicogenéticas de la medida hablan de la siguiente evolución:
En el nivel de pensamiento pre-operatorio el niño intenta cuantificar por *comparación visual*. Estima *visualmente*, a simple vista, un objeto que tiene mayor o menor longitud que otro o si se encuentra a mayor o menor distancia de él. En esta etapa, categorizada por Piaget, es fundamental que el niño *anticipe*-intuitivamente- las *relaciones* de *largo y tamaño* de los objetos así como también las referidas a *distancias* entre los mismos. Se atenderá aquí especialmente las verbalizaciones hechas por los niños. Esta ejercitación es la que lo movilizará en el avance a la construcción de la medición.
Más tarde la comparación visual se complementa con la transferencia manual, en donde el niño trata de aproximar los objetos que desea comparar. Por ejemplo, el niño compara el largo de dos varillas colocando una sobre otra, haciendo coincidir un extremo, y establece relaciones como*”más largo que”, “tan largo como”, “más corto que”, ”mi pelota llegó más lejos”, “mi casa está más cerca de la escuela”.*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Siguiendo el pensamiento de Piaget, viene una etapa que es la de *la comparación directa* en donde la cuantificación de la *longitud o distancia* toma como soporte una *"unidad o patrón de medida"*, que es arbitraria, no convencional. Luego la etapa de la *comparación indirecta*. Acá el niño toma como unidad de medida alguna parte de su propio cuerpo, por ejemplo, largo de la mano, del brazo, y en función de esta medida, realiza sus mediciones. También toma como unidad al largo de un lápiz, la longitud de una soga. Pero la conveniencia de seleccionar un *"patrón adecuado"* lleva tiempo y hace que el docente proponga numerosas actividades. En ellas se trabajará con material concreto (equipo de varillas, cintas, piolines, etc.).
Reconocer los valiosos aportes de Piaget en la construcción del espacio, no significa condicionar su avance a las etapas que establece para el pensamiento infantil. Muy por el contrario el docente debe estimular la construcción de la geometría a través de situaciones de enseñanza que tengan en cuentan la experiencia, la intuición y el razonamiento.

- **Articulando los contenidos matemáticos del Nivel Inicial y de 1° Año de la EGB**

Para lograr la efectiva construcción de los conocimientos matemáticos por parte de los niños se hace imprescindible la articulación entre las situaciones de enseñanzas planteadas en el nivel Inicial y la que se dan en el primer año de la EGB sobre todo.
El sentido o el significado de los contenidos de matemática se construye a través de las ocasiones que el niño tiene de imaginar, ensayar, probar, discutir las soluciones adoptadas que dependen a la vez de su percepción de la situación, del dominio del recurso y de su funcionamiento(seguridad en el conteo, por ejemplo).
Tanto en el Jardín como en primer año de la EGB, se trata de colocar a los niños frente a situaciones en las cuales puede involucrarse suficientemente para que las preguntas, los problemas que propone el docente sean también sus preguntas, sus problemas.
En la resolución de problemas uno de los desafíos esenciales del docente (sobre todo en Primer Año de la EGB) es lograr que *los niños tomen conciencia de los que es un problema,* de desarrollar su *capacidad de representárselo personalmente* (por un dibujo, un esquema, una dramatización o mentalmente), a reconocer lo que ya sabe y lo que busca saber. Tarea que el docente debe aprender y asumir como una competencia metodológica básica en su formación docente.
Para los problemas de tipo aritmético tanto en el Nivel Inicial como en el primer año de la EGB los niños deben ser iniciados en su *capacidad para anticipar las soluciones*, a partir de la toma de conciencia de que tal anticipación es posible, partiendo de la puesta en prácticas de procedimientos de resolución (que se apoyan en *el conteo* la mayoría de las veces) y que van a ir evolucionando hasta el logro de los procedimientos mentales asentados en primero en sus experiencias de conteo y camino a los procedimientos basados en *el cálculo.* Pero el logro de estos últimos de ninguna manera se agota en el primer año de la EGB sino que por el contrario tiene largo alcance.
Una estrategia para lograr la necesaria articulación entre los contenidos matemáticos del Jardín con los de la EGB puede ser la aplicación de juegos en ambos niveles con variantes que vayan complejizando las situaciones matemáticas a abordar en ellos. La ventaja de los juegos para aprender matemática, en general *los juegos con reglas*, es la posibilidad de encontrar una diversidad de *variables didácticas* que el docente puede aprovechar. Una *variable didáctica* es una variable de la situación sobre la cual el docente puede actuar y que modifica las relaciones de los alumnos con las nociones en juego, provocando distintas estrategias de solución.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Algunos ejemplos de *variables didácticas* que pueden darse en los juegos son:

- el material usado: tipo de material, disponibilidad, etc.
- el tipo de tarea: constatar, anticipar, reproducir, construir, solicitar, comunicar, etc.
- el reparto de tareas entre los alumnos o en el tiempo
- las restricciones de la tarea (lo que las reglas permiten o no permiten)
- la organización del trabajo (colectivo, en grupos, individual.)
- la gestión del tiempo
- la clase de problemas
- el tamaño de los números

Por lo tanto, para lograr articular la actividad matemática del Jardín con la de la EGB, en ambos niveles se debe:

- Partir de lo que saben los niños: ¿qué conocimiento tienen sobre los números?, ¿cómo los utilizan?, ¿con qué eficiencia?, ¿qué dificultades prácticas encuentran?
- Favorecer las situaciones que "dan significado" a los números, aquellas en las cuales el alumno puede movilizar los números como recursos eficaces para resolver problemas; que los conocimientos numéricos sean, primero elaborados por el alumno como recurso para responder a preguntas.
- Tomar el juego como actividad que permite memorizar, comparar y anticipar cantidades y facilita el uso de diversas variables didácticas por parte del docente
- Recurrir a la resolución de problemas para aprender Matemática

- **Los contenidos de matemática en la EGB**

A las dimensiones de la enseñanza de la matemática centradas en el sujeto que aprende, las llamadas *dimensiones formativa e informativa*, se suma la *dimensión social*, por cuanto la matemática desde su lenguaje y desde su método, se ha constituido en un medio de comprensión y mejoramiento del mundo científico, industrial y tecnológico en que vivimos.
Los contenidos de matemática para la EGB, a través de su enseñanza que destaque el valor y método de esta ciencia, deben servir para fundamentar los conocimientos que los ciudadanos comunes necesitan para su desarrollo personal y para comprender los procesos tecnológicos que se van dando con el avance del conocimiento científico.
A lo largo de toda la EGB los alumnos deberán saber encontrar la utilidad de la Matemática: a través de su presencia, en los carteles de las rutas, en las etiquetas de los productos, canales de televisión, etc. y en sus distintas funciones. Porque *los números,* a veces, señalan un orden, o expresan una cantidad, o permiten anticipar soluciones de situaciones diversas de la vida diaria, etc.
El docente tiene la tarea de analizar las situaciones de enseñanza que permitan a los niños lograr la comprensión del *"sentido del número"*, esto es, entender y comprender su significado. Y ligadas al significado del número están las cuestiones que a continuación analizaremos, como *el sistema de numeración decimal, las operaciones y sus conceptualizaciones y el sentido de los algoritmos de cada una de ellas.* Los distintos lenguajes y sus respectivos registros también serán objeto de la reflexión del docente y constituirán *las distintas variables* de las *ingenierías didácticas* que ensaye y

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

ejecute en la necesidad de lograr la construcción de los conocimientos matemáticos por parte de sus alumnos. También están los contenidos de Geometría, que buscan ayudar al alumno a controlar sus relaciones con *el espacio*, o representar y describir el mundo que lo rodea y a estudiar los entes geométricos como "*modelizaciones*" de la realidad. Porque el *espacio geométrico* se asienta en la experimentación con el *espacio físico* y de una *geometría sustentada en la experimentación* ir en los primeros años de la EGB deberá gradualmente se deberá avanzar hacia una *geometría de la anticipación de las propiedades geométricas y no totalmente ostensiva* sino cada vez más argumentativa. La *medida* está presente en la EGB y es el contenido que permite articular horizontalmente los contenidos aritméticos y de la geometría.

3.2. Los algoritmos. Situaciones con regularidades

Las operaciones sirven para resolver problemas planteados matemáticamente.
Para la *comprensión conceptual* de las operaciones es necesario adquirir:

- el significado de las mismas
- las formas de calcular sus resultados
- el análisis formal de las propiedades

Comprender una operación matemática implica atender a los conceptos y las relaciones que la operación representa y no sólo a las formas o técnicas de cálculos.
En la EGB, a partir de los conocimientos informales de los números y sus usos que traen sus alumnos y que serán los puntos de partida, la enseñanza deberá construir el significado y cálculo de las operaciones. También se *modelizarán* situaciones problemáticas relativas a las cuatro operaciones básicas y de manera recíproca, dadas las cuentas se *"inventarán"* enunciados particulares cuya simbolización se ajuste a las mismas.
Antes de trabajar con los algoritmos convencionales, para cuya comprensión se requiere la de las leyes del sistema de numeración (en especial del valor relativo) y de las propiedades del conjunto numérico con que se trabaja, es conveniente una actividad sistemática con cálculos mentales y escritos, descomponiendo y componiendo los números como totalidades (y no trabajar con las decenas, centenas, etc.) y asociándolos de acuerdo a los cálculos y operaciones más simples que los alumnos recuerden y puedan aplicar comprensivamente.
Las *regularidades numéricas* que los alumnos van descubriendo en el trabajo con las operaciones y sus algoritmos cobran una significación especial para el logro de la comprensión conceptual de las mismas. Por ejemplo: entre las regularidades más comunes observadas por los niños están las que expresan así: "*los dieces tienen dos*"(para hablar de la cantidad de cifras), "*los cienes tienen tres*", "*hay diez números* (de dos cifras) *que comienzan con uno, diez comienzan con dos*..."
Establecer regularidades, que se puede iniciar con la banda numérica en el Nivel Inicial, permite descubrir la organización del sistema decimal y su incidencia en los algoritmos operatorios.
Formular preguntas sobre las regularidades sólo tiene sentido una vez que los niños las han descubierto. El docente puede usar la búsqueda de regularidades como una estrategia didáctica para ayudar a construir *el conteo* o la destreza de contar, en el Inicial y en el Primer año de la EGB.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Por ejemplo: buscar las diferencias y semejanzas de los números comprendidos entre el uno y el cuarenta, orientados con las siguientes preguntas*: ¿cuántos terminan en uno, cuántos en dos,...etc.?*
Sin dudas que esta ejercitación ayudará tanto a la construcción y comprensión de la serie numérica oral y escrita. Las regularidades también deben usarse en la construcción y conceptualización de las operaciones en el sistema numérico decimal, que son contenidos que están presentes a lo largo de todos los años de la EGB.

3.3. La simbolización. Situaciones de codificación y decodificación

La matemática emplea un lenguaje específico, un vocabulario que muchas veces se convierte en un obstáculo para su comprensión. Ahora, el lenguaje matemático es el sistema de comunicación mediante el cual podemos conocer a la matemática. En este sistema de codificación está lo que se llama *código* de comunicación o conjunto de *signos utilizados* y propios de la matemática.
En un *signo* hay dos elementos: el significante y el significado. El primero es la forma del signo. El segundo es una elaboración mental, es el concepto que construimos.
En la matemática nos encontramos con un sistema de signos o código que tiene características propias. Este código, que debe ser compartido por el emisor y el receptor del mensaje matemático, no alcanza por sí sólo para que se produzca la comunicación del mensaje matemático. Es fundamental tomar en cuenta los campos de experiencias comunes y los saberes de los actores de la comunicación.
Existen vocablos que usamos a diario y que en matemática no tienen el mismo significado. Potr ejemplo “término”, “producto”, “raíz”, entre otros tantos. En el aula de matemática, el docente tiene internalizada la significación matemática de estos términos y otros y no se detiene a pensar que el alumno tiene otra idea de los mismos. Y el desconocimiento del significado matemático de palabras de uso diario constituye un obstáculo para la comprensión de algunos contenidos.
El sistema de signos que se utilice en matemática, su significado, su sintaxis, su uso debe ser presentado y explicado claramente al alumno. Es necesario que conozca el código, la codificación de la matemática, para que se produzca la decodificación correcta de los mensajes matemáticos.
En matemática, cuando el alumno desconoce el código suele recurrir a la repetición literal en un esfuerzo estéril de la memoria y transformando por ejemplo un concepto en un conjunto de palabras sin significación. Y de allí, en gran parte, la pérdida del interés y la apatía por la matemática.
Bertrand Russell en su libro “Misticismo y Lógica y otros ensayos” dice que: “Incluso el niño más inteligente tropieza con grandes dificultades cuando empieza a estudiar álgebra. El empleo de letras es un misterio que no parece tener otra finalidad que la confusión. Es casi imposible, al principio, que el alumno piense que toda letra figura en lugar de un número determinado que el profesor bien habría podido indicar”

3.4. La enumeración en la actividad matemática. El número natural y la numeración.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Hoy se propicia que desde el Nivel Inicial el niño trabaje con los números en situaciones que le son cotidianas y que debe resolver teniendo al número como recurso.
Las diversas experiencias realizadas con los niños entre 5 y 9 años que han sido confrontados a tareas de enumeración o conteo de objetos tocables o no tocables, móviles o no móviles, etc., mostraron el logro de una disímil evaluación. En otras palabras, el resultado de tales experiencias revela la relación variable entre el dominio de las actividades numéricas por parte de los niños y la validez de sus fundamentaciones.
Por ello es que la escuela tiene como tarea fundamental promover estas reflexiones por parte de los niños, que de otro modo quedan expuestos a la disparidad de las condiciones de vida y de experiencias que les toca en suerte.
La actividad de conteo o enumeración implica una triple tarea:

- activar la memoria y "recordar " una serie ordenada de denominaciones verbales
- tomar o considerar uno a uno los objetos
- coordinar cuidadosamente a ambas actividades

La primera tarea es la que condiciona la exactitud de la enumeración.
La *enumeración* hace uso de un sistema de numeración que nos es propio y que implica un sistema de representación.
La *"numeración hablada"* que el niño va construyendo le sirve de andamiaje para la construcción de la "numeración escrita". Pero es bueno que el docente tenga en cuenta los distintos niveles logrados en tales construcciones. Un docente de Primer año de la EGB debe tomar en cuenta las competencias numéricas de cada niño para diseñar las situaciones de enseñanza pertinentes al avance de los niños en la comprensión de la numeración.
Las diferencias de la competencias numéricas logrados por los niños en el Primer año de la EGB son muy notorias y aún, las de un mismo niño ante distintas situaciones planteadas.
Fortalecer la adquisición de la *serie oral* sirve para la adquisición de la *serie escrita*. En efecto se hace necesaria una cierta práctica para que el niño memorice una porción suficiente de la serie, de manera que pueda ir descubriendo las reglas de su formación. Si bien al comienzo la memorización juega un papel importante, después da lugar a la reflexión de los niños.
La resolución de problemas aditivos y multiplicativos parece íntimamente ligada a los procedimientos que el niño realiza con la serie oral.
Existen tres categorías de procedimientos que les permite a los niños determinar cuántos elementos hay en un conjunto dado: 1) *"apercepción global"* ("subitizing", captación directa); 2) el conteo y 3) la evaluación global.
El primero es rápido y preciso ya que permite una cuantificación eficaz pero está limitado al tamaño de los conjuntos o si los conjuntos tienen sus elementos ordenados en disposiciones espaciales regulares.
El conteo también da una cuantificación precisa de conjunto con cantidades variables. Pero su fiabilidad está asentada en un proceso de elaboración que lleva su tiempo y que ha veces da lugar a errores si las cantidades aumentan.
La evaluación global permite una cuantificación muy rápida pero muy aproximada del tamaño del conjunto.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

El conteo es el procedimiento de base que permite evaluar cuantitativamente una colección o conjunto.
Contar una colección de objetos exige:

- establecer una correspondencia estricta entre objetos y nombres de números
- determinar con precisión la frontera entre lo "ya contado" y "lo que falta por contar" para evitar los "olvidos"

Se ha comprobado que la organización espacial (lineal, aleatoria, etc.) influye mucho para que el niño tenga éxito o no en ir señalando ordenadamente los elementos, así como el poder tocar o no los objetos.
Otros aspectos atener en cuenta para el logro de un verdadero conteo son:

- la relación de palabras-números debe ser estable
- la enumeración debe ser "cardinalizada", es decir acompañada de la capacidad de anunciar que la última palabra dice el número de objetos de la colección
- hay que hacer abstracción de la naturaleza, las diferencias y la posición de los objetos contados
- tener conciencia de que el orden en que se cuentan los objetos de una colección no incide en su cuantificación.

Para la enumeración es de su suma utilidad el uso de la llamada "banda numérica" u otro contador como "el calendario".
También, más tarde se recurrirá al conteo de dos en dos, o por pequeños paquetes iguales o no.
El uso de paquetes de 10 o de 100 servirá para una mejor comprensión del sistema escrito de numeración decimal.

3.5. Hacia las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas

En la construcción de las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas intervienen ciertas técnicas que competen al conteo o sea la utilización de la serie numérica oral, otras al cálculo o sea la utilización de resultados memorizados y de propiedades de números ligadas al sistema de codificación usado.
Entre los procedimientos vinculados al conteo es importante distinguir:

- *recontar:* para reunir dos cantidades el niño cuenta desde el principio o sea que trata a las dos colecciones como si fuesen una sola, ya sea directamente sobre los objetos si son visibles o partir de un dibujo que los reproduce o incluso a partir de su figuración mental

  ♠ ♠ ♠ ♠   ♠ ♠ ♠
  1 2 3 4.... 5 6 7

- *sobrecontar*: siempre para reunir dos cantidades, el niño hace como si la primera ya estuviera contada y continúa la serie numérica *"señalando"* los objetos de la segunda colección(real o mental)

  ♠ ♠ ♠ ♠   ♠ ♠ ♠
  4.... 5 6 7

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Este procedimiento implica que el niño puede recitar la serie a partir de cierto número que es un avance a recitarla desde *"el principio"*.
Acá aparece la dificultad de decidir con qué número comenzar a contar el primer objeto de la segunda colección

♠ ♠ ♠   ♠ ♠ ♠
5 6 7 (Comenzar con 5 y no con 4)

- *descontar:* este procedimiento se usa en particular cuando se trata de *"quitar"* una cantidad de otra cantidad y tiene más dificultades que el *"sobreconteo"* por la menor habilidad de los niños de *"contar hacia atrás".*

- *doble conteo:*

1) en el caso de sobreconteo, si la segunda colección no está presente y en cierto modo hay tomar en cuanta simultáneamente dos series de números (la que permite seguir el conteo y la que controla el número de objetos de la segunda colección)

♠ ♠ ♠
5 6 7

1 2 3

2) cuando se necesita medir la distancia entre dos números (por ejemplo, lo que hay que agregar a una cantidad para obtener otra) hay también que tener en cuenta dos series simultáneamente. Por ejemplo: Tengo 5 fichas, necesito 9. ¿Cuántas tengo que pedir?

6 7 8 9
1 2 3 4

La confrontación de procedimientos que los niños realizan para resolver la s situaciones planteadas que implican operaciones de sumar o quitar permite que ellos logren comprender o comenzar o comprender los que utilizan sus compañeros.
Dada una situación que implique la suma 40 + 70, entre los niños de un Primer Año de la EGB coexisten los siguientes procedimientos para resolverla:

/0 + 10 = 80	40 + 60 = 100	40 + 70 = 110
80 + 10 = 90	100 + 10 = 110	
90 + 10 = 100		
100 + 10= 110		

Al hacer que los niños "verbalicen" sus procedimientos, se posibilita una mejor comprensión de la naturaleza del sistema de numeración. De allí que la búsqueda de procedimientos para resolver operaciones no es sólo una aplicación de lo que los niños ya conocen del sistema de numeración

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

sino que también es el motor para lograr nuevos conocimientos sobre las reglas de la numeración escrita.
Se hace necesario acercar los niños que recurren a los primeros procedimientos (más extensos) señalados a los que realizan los procedimientos más económicos (más directos).
La práctica didáctica nos dice que los niños saben inventar sus propios algoritmos en los que pone en juego sus conocimientos sobre propiedades de las operaciones y conocimientos implícitos del sistema de numeración. Es conocido el recurso infantil de sumar reiteradamente "los dieces". Este procedimiento sirve para que descubra regularidades sobre lo que cambia y no cambia en esas operaciones.

Por ejemplo: *Quiero comprar un juguete de $ 70. Si me rebajan $30. ¿Cuánto pago?*
Otro ejemplo: *Tengo $ 20 para gastar en golosinas. En mi cumple me regalan $40. ¿Cuánto tengo ahora?*

La reflexión sobre las regularidades en las sumas se extiende también operación de la multiplicación. Por ejemplo:
Un juego: *Dos grupos de niños. Por turno cada grupo hace girar la perinola. Si cada punto vale diez. Después de tres vueltas o rondas cuál es el puntaje de cada grupo?*

Lo importante es que el docente sepa plantear actividades que reúnan ciertas condiciones con la pretensión de provocar ciertos procedimientos de resolución por parte de los niños. A partir de las dificultades que los niños tienen en la realización de problemas de cuantificación con numeración escrita, deberá buscar estrategias para generar otros aprendizajes sobre el sistema numérico, en este caso por parte de todos los niños, favoreciendo el debate y la interacción social en una verdadera tarea de *ingeniería didáctica*. El docente es el ingeniero que pone a prueba su saber y parecer sobre el aprendizaje del alumno, para controlarlo y provocar otros conocimientos en una tarea de constante avance y reflexión.

3.6. Organización del espacio e introducción a la geometría

En las clases de geometría en la Educación General Básica, son muchas las dificultades que detectamos en los alumnos para el abordaje de las situaciones de enseñanza que planteamos.
Para los esposos Van Hiele las dificultades están en que tales situaciones de enseñanza no atienden a los diferentes *niveles del pensamiento geométrico* del niño. Esto es que quien aprende geometría puede ubicarse en un nivel de razonamiento distinto del que tiene para el álgebra o el cálculo. El modelo geométrico de Van Hiele reconoce a los siguientes niveles:

- Nivel O: De reconocimiento

En este nivel, el alumno se maneja sólo con información visual. Posee una percepción global de los objetos como unidades aisladas. Usa expresiones como *"se parece a", " tiene la forma de", es como", "redondo",* etc. No distingue las propiedades geométricas y las confunde con las físicas

- Nivel 1: De análisis

El alumno reconoce la presencia de propiedades matemáticas en los objetos, si bien el razonamiento se sigue basando en la percepción física. Si bien no usa una demostración

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

geométrica puede hacer conjeturas y generalizaciones que ejemplifica y comprueba experimentalmente.

- Nivel 2: De ordenamiento o abstracción

El alumno comienza a establecer relaciones. Las proposiciones no se presentan aisladas sino vinculadas por relaciones de dependencia entre elementos y entre conjuntos. *“al lado mayor de un triángulo le corresponde el ángulo mayor” o “todo cuadrado es un rombo”*. Se comienza a entre la definición que establece interrelaciones entre, por ejemplo, una figura y sus partes constituyentes.

- Nivel 3: De deducción

El alumno en este nivel completa el desarrollo del razonamiento lógico formal. Reconoce el valor de la deducción en matemática como único medio para verificar la validez de la afirmación. Usa adecuadamente el lenguaje específico.

- Nivel 4 : De rigor

El estudiante puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Así puede abordar las geometrías no euclidianas. La geometría está vista en abstracto, sin necesidad de recurrir a modelos concretos.

Ya hemos dicho que en matemática no sólo *el pensamiento lógico* es que interesa desarrollar. Ya nadie hoy discute que al lado de este pensamiento hay que enseñar *el pensamiento creativo y el metacognitivo.*

La curiosidad, el cuestionamiento, el juego, el pensamiento original y amplio, la búsqueda de nuevas ideas, de soluciones alternativas deben ser el objetivo de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, así como el penar en cómo se piensa.

En el aula se deberán analizar los propios procesos de pensamiento, positivos o negativos (negligencia, irreflexión, falta de flexibilidad, etc.) que ayudan u obstaculizan un buen pensamiento.

Poder observa, controlar y evaluar los propios procesos de pensamiento conduce a la formación de un pensador creativo, autónomo y responsable.

El docente deberá elaborar situaciones de enseñanza de la geometría que sean verdaderas ingenierías didácticas que permitan la construcción de estas formas de pensamiento.

- **Algunas actividades de geometría para proponer a los alumnos de la Educación General Básica**

- Un juego con cuadriláteros:

La señorita entrega una hoja con cuadriláteros distintos a cada grupo. Elige una figura de las que están dibujadas. Cada equipo formula preguntas por escrito para que la señorita conteste por sí o por no. Los otros equipos no deben conocerlas a las preguntas ni las respuestas. No puede usarse el nombre de los cuadriláteros.

Será ganador el equipo que logre descubrir cuál es la figura con la menor cantidad posible de preguntas

Variante: Cada equipo elabora un conjunto de preguntas que se puedan responder por sí o por no y que sirvan para identificar cualquiera de las figuras. No se puede utilizar en las preguntas los nombres de los cuadriláteros

- Un dibujo:

Dibujar un cuadrilátero a partir de la información dada:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

El cuadrilátero tiene:

- por lo menos dos lados perpendiculares
- por lo menos dos ángulos iguales
- sus lados congruentes dos a dos
- una diagonal de 17 cm
- por lo menos un eje de simetría
- un lado de 9 cm

Observación: Se pueden hacer hasta dos preguntas por escrito que se puedan responder por sí o por no.

- Una construcción:

Construir un triángulo ABC en el que AC es 9 cm, la altura correspondiente a AC es de 4 cm y el lado AB es de 5 cm

- Enviando mensajes:

Elaborar consignas para la construcción de un cuadrilátero con ciertas restricciones
Organización: En grupos de 2 niños
Consigna:" Les entregaré a cada grupo un papel en el que deberán precisar una construcción que deberá ser ejecutada por otro grupo (se trata siempre de cuadriláteros). Este papel debe contener un mensaje que permita al grupo destinatario realizar la construcción. Ningún término de designación de polígono (trapecio, cuadrado, etc.) debe ser empleado en el mensaje. El mensaje deberá ser redactado en forma de sucesión de acciones elementales, siendo cada una del tipo de las siguientes:

. marque un punto
. trace un segmento de longitud dada o una dos puntos dados
. traslade una longitud
. trace una perpendicular a una recta que pase por un punto dado
. trace un círculo o un arco de centro y radio dado

Para la construcción pueden utilizar la regla, la escuadra y el compás. Los grupos receptores tratarán de descubrir las construcciones asignadas a los grupos emisores de los mensajes, comparando las realizaciones y los mensajes ".
Construcciones a efectuar:

. hacer construir un cuadrado con una diagonal de 10 cm
. hacer construir un paralelogramo con un lado de 5 cm y diagonal de 10 cm
. hacer construir un rombo cuyos lados midan 5 cm.
. hacer construir un trapecio ni rectángulo ni isósceles, cuyos lados paralelos midan 4 cm y 7 cm
. hacer construir un paralelogramo cuyas diagonales midan 5cm y 10 cm.
. hacer construir un rectángulo con un lado de 5cm y una diagonal de 10 cm.
. hacer construir un rombo no cuadrado teniendo una diagonal de 8 cm.

Para cada una de las actividades planteadas en el aula, el docente debe reflexionar sobre estas preguntas:

- ¿Cuáles son los contenidos geométricos involucrados en cada situación?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- ¿Qué diferencias hay en cada una de las situaciones desde el punto de vista de la actividad geométrica que se requiere para su resolución?
- ¿Se identifican diferentes niveles de complejización en las actividades planteadas en una secuenciación? ¿cuáles?

- Una narración:

"Enrique miró su reloj: eran las dos de la mañana. Cerró el libro preocupado ya que seguramente lo aplazarían en el examen que rendiría por la tarde.
Por más que leyera la geometría, no la comprendía. Sólo un milagro haría posible su aprobación. ¿Un milagro? ¿Por qué no?
Siempre se había interesado por conocer algo de magia. Tomó de un conjunto de libros que trataban el tema, uno de ellos. Las instrucciones para pedir ayuda a los diablillos eran sencillas.
"Algunas fórmulas y ponerse a cubierto en un rectángulo. Llega el diablillo, no te puede hacer nada y le pides lo que quieras".
Despejó el piso y luego marcó con una tiza el rectángulo protector. Pronunció los encantamientos y se armó de coraje.
El diablillo era feo pero Enrique le dijo:
- Siempre he sido inútil en geometría
-¿A quién se lo dices? -repitió el diablillo riendo burlonamente. Y cruzó, para comerse a Enrique, las líneas del romboide que aquel tonto había dibujado".

3.7. El juego en la actividad matemática. Ingenierías didácticas lúdicas para la iniciación y aprendizaje matemático.

Hoy en día, el docente conoce de las ventajas que tienen para el aprendizaje de cualquier área, en general, y de las matemáticas, en particular, las actividades lúdicas. Desde el juego como facilitador de la construcción del número y del espacio hasta el juego para la comprensión de otros temas matemáticos como los de geometría, combinatoria y probabilidades, su presencia en el nivel Inicial y a lo largo de toda la Educación General Básica es de innegable valor didáctico.
En el Jardín, el juego para la construcción del número debe atender los siguientes aspectos:
- el número como memoria de cantidad
- el número para comparar
- el número para anticipar situaciones

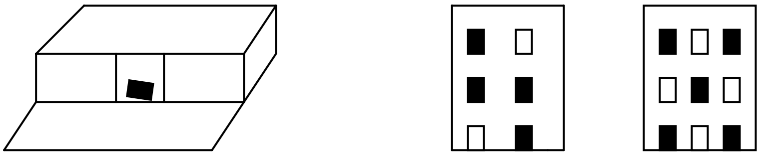
Para el primer aspecto es muy útil el juego de "los pasajeros" y el juego de "los dados de colores"

- **Juego de los pasajeros** (ERMEL, Apprentissages numériques et résolution de problémes)

El juego simula un viaje en un tren con vagones. Los vagones parten cuando están completos sus asientos y ningún pasajero debe viajar parado.
Materiales:
- Una caja con dos partes: una representa un vagón y otra representa la plataforma en la que se colocarán los pasajeros traídos antes de hacerlos entrar al tren.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- Elementos para representar los pasajeros (chapitas, fichas, etc.)
- Plantillas móviles para representar el vagón, en las que puede variar: la cantidad de asientos, la cantidad de asientos vacíos y la disposición espacial de los mismos



Fases del juego:

- Fase 1: descubrimiento del problema:

Familiarizarse con el material y decodificar el mensaje de cada una de las plantillas (asientos vacíos u ocupados) y comprender la consigna del juego
Consigna: "Tienen que ir a buscar los pasajeros, justo lo que hacen falta, un más ni menos, para ocupar todos los asientos vacíos. Ellos se acomodan en la plataforma"

- Fase 2: reconocimiento de un procedimiento experto

Reconocer que contar en un procedimiento experto y usar el lenguaje matemático en expresiones como "tantos pasajeros como asientos vacíos" "¿qué pueden hacer para saber justo los que deben traer?"

- Fase 3: comunicación oral

Entrenarse a resolver problemas comunicando su solución numérica
Ejercitarse a contar sin error

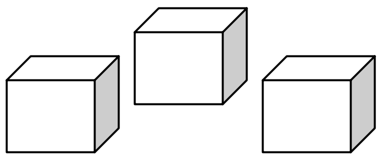
- Fase 4: comunicación escrita

Provocar procedimientos de representación de cantidades
Animar a los niños a escribir y leer los números

Con este juego puede diseñarse una ingeniería didáctica que permita avanzar en la construcción del número como memoria de cantidad en virtud de la creación de variantes para la adecuación al dominio de los aspectos numéricos que el niño tiene y para la movilización de otros aspectos que le son aún desconocidos.

- **Juego de los dados de colores** (L. Lena, B. Sazón, T. Eucinar, traducido por I. Saiz)

Materiales: tres (3) dados de colores por equipo:
dado 1: 2 caras azules, 2 rojas y 2 amarillas
dado 2 : 1 cara azul, 3 amarillas y 2 rojas
dado 3: 1 cara azul, 3 rojas y 2 amarillas



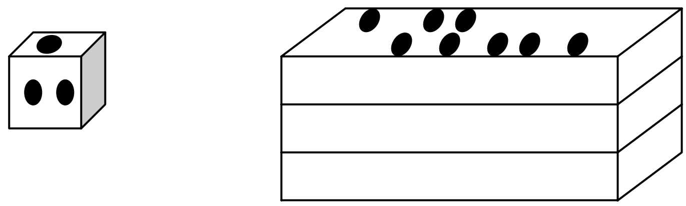
Organización de la clase: equipos de 4 alumnos
Consigna: "Tres de Uds. van a jugar y uno va a ser el secretario, que tiene que decir quién es el que gana. Elijan al secretario. Van a tirar dados, una vez cada uno, durante tres vueltas. El que saca azul tiene un punto, el que saca dos azules tiene dos puntos y el que saca tres, tres puntos. Si no saca azules no tiene ningún punto. Al final del juego gana el que tiene más puntos. Al finalizar el juego, la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

señorita pregunta al secretario quién ganó. Así que tiene que mirar bien y los demás lo tienen que ayudar a saber quién es el ganador"
Etapas del juego:
Primera etapa: comprensión del juego
Segunda etapa: perfeccionamiento del registro (2 ó 3 juegos)
Tercera etapa: registro de cantidades (2 ó 3 juegos)
Cuarta etapa: determinación del ganador

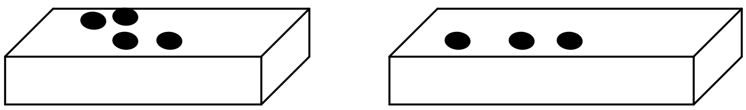
Este juego crea la necesidad de realizar distintos tipos de registros y el registro escrito de las cantidades que indican los puntajes obtenidos. También en este juego se deberá usar el 0 para indicar la ausencia del puntaje, se deberá tener el control del número de vueltas, la correcta utilización de las cifras y las formas de determinar el ganador.
El segundo aspecto, el número para comparar cantidades, puede ejercitarse con el siguiente juego:

- **Juego de las cajas apiladas** (equipo ERMEL)



La s cajas apiladas contienen un número determinado de objetos (3, 4, 5, por ejemplo) sólo se observa el contenido de la caja de arriba. Se usa un dado común.
La regla del juego: "el jugador se puede llevar el contenido de la caja si en ella hay menos objetos que la cantidad que obtuvo con el tiro del dado. Gana el que tiene más objetos al final"

- **Juego de las cajas alineadas**



La regla del juego es la misma que la de las cajas apiladas, pero la disposición de las cajas da posibilidades de elección. Por ejemplo: el niño que saca cinco (5) con el dado debe darse cuenta que se puede llevar las cajas que contengan cuatro (4), tres(3), dos(2) o uno (1).
En el tercer aspecto se propicia el uso del número para anticipar situaciones, esto es el conocimiento del número y su comprensión para resolver problemas.
Se proponen entonces actividades que permitan conocer los números en sí mismos, reflexionar sobre sus relaciones- entre la serie numérica oral y escrita- y tener un mayor dominio de estas herramientas. Por ejemplo, ser capaces de contar desde n.
Aquí se da el debate todavía de la relación entre el conteo y el cálculo en los aprendizajes numéricos. El conteo ha sido revalorizado por ser una de las principales herramientas que usan los

Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

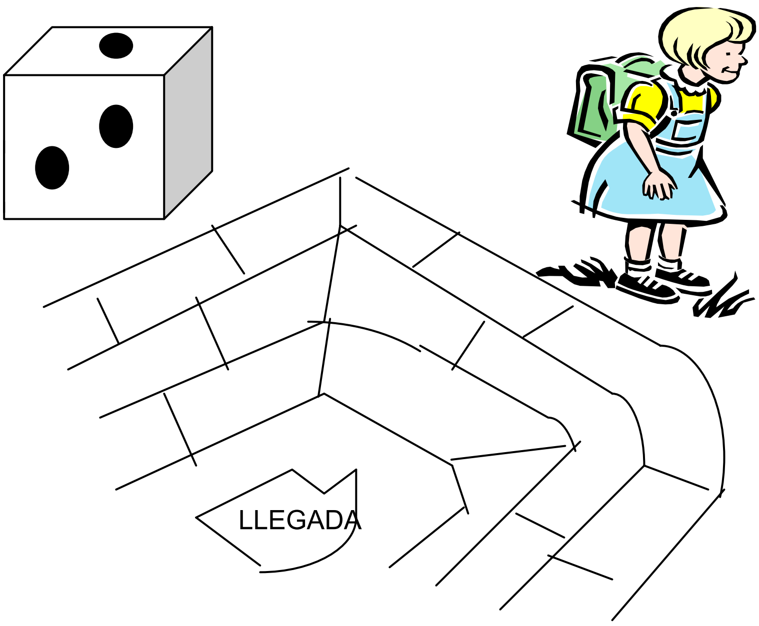
niños para resolver situaciones y está considerada como una competencia numérica a desarrollar con las propuestas educativas para este nivel. Hay que insistir, desde los primeros aprendizajes, en la comprensión por parte del niño de que *"la última palabra pronunciada refiere a la totalidad".*
Por otra parte, en el cálculo, por elemental que éste sea (2 +1 = 3, por ejemplo), cada palabra-número reenvía a una cantidad, es decir al concepto mismo que se trata de construir. Acá, dice Brissiaud (1991), el lenguaje ayuda y no es obstáculo como en el caso del conteo.
Las actividades sugeridas para este punto deben servir para:
a) favorecer el reconocimiento directo de las cantidades (cuando sean pequeñas) y por vía de la composición para cantidades crecientes (4 y 5 para 9, por ejemplo)
b) estimular procedimientos de cuantificación (y la estimación) de cantidades e iniciar la participación en situaciones que se resuelven con el aporte del conocimiento matemático.

- **Algo más sobre los juegos**

Según Piaget existen tres grandes tipos de juegos: juegos sensorio-motrices, juegos simbólicos y juegos con reglas. Los primeros desarrollan aptitudes motrices y por lo tanto también son intelectuales; los segundos hacen jugar un papel importante a la imaginación y los últimos se asientan en *la lógica y el razonamiento.*
Al hablar de juegos en la enseñanza de la Matemática, se trata de juegos con reglas.

- **Otros juegos para aprender matemática en el nivel Inicial y en la EGB**

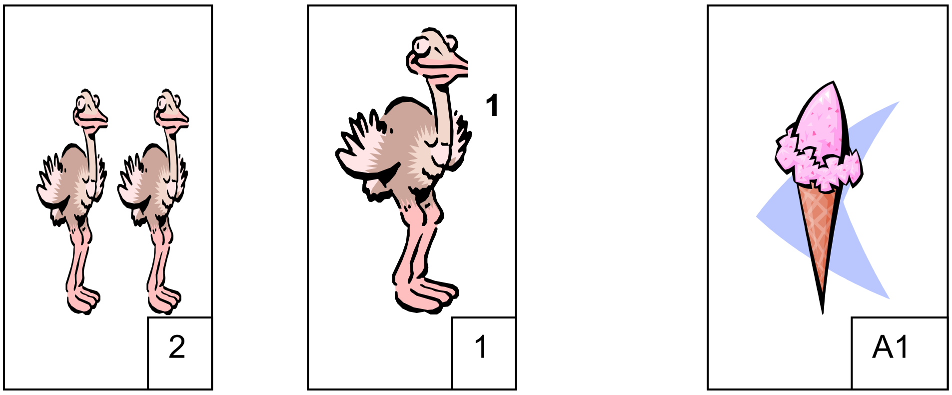
1-La Oca humana



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Materiales:
Circuito en forma de espiral dibujado en el patio con aproximadamente 30 casilleros
Un dado gigante
Equipo: 4 parejas de niños
Regla: Un niño tira el dado y su pareja avanza tantos casilleros como indica el número del dado. Se pueden establecer ventajas y desventajas para los jugadores, y ellas pueden ser establecidas por los mismos niños. Por ejemplo: dejar una cara blanca al dado, que hará perder el turno.

2-Jugando con las cartas



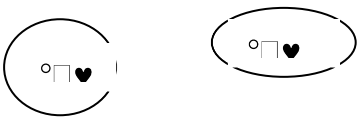
Juego individual
Material: series de cartas, tantas como niños
Consigna: "Observar las cartas, ver qué pueden hacer con ellas, dibujar lo que han hecho"
Juego de a dos
Material: igual al anterior
Equipo: 2 jugadores
Consigna: " Encontrar un juego que les permita jugar a los dos juntos"
Posibilidades:

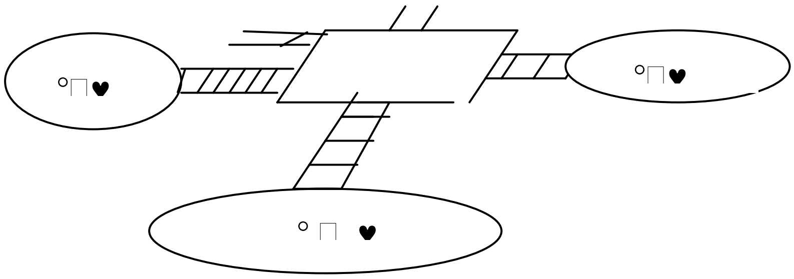
- Tipo guerra (se dan vuelta dos , el jugador que tiene la mayor se lleva la otra carta)
- Doble seriación:

  . extienden sus cartas a la vista. Un niño pone la primera de sus serie, el otro también

  . ponen sus cartas boca abajo. Cada jugador debe dar vuelta sus cartas unas tras otras de modo de alinearlas de 1 a 10 empezando por 1. El primer jugador saca una carta. Si es 1 la guarda , y si no es, la pone boca abajo .
- suman una cantidad determinada, 8 por ejemplo
- encuentran las cartas menores que la primera que saca

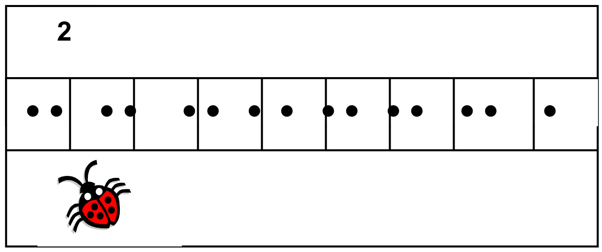
3-El juego de las pistas





El objetivo del juego es "salvar" las propias fichas, por ejemplo en el dibujo un jugador juega con estrellitas, otro con triángulos, etc.
La regla del juego es: Si el número de casilleros de una pista es menor que el número obtenido en el dado, el jugador puede salvar la ficha que tiene en una de las plataformas de partida desplazándola a la zona de llegada. Si no puede pierde el turno.
Gana el primero que salva todas las fichas o si se fijó un número de tiros, el que salvó más fichas en esa cantidad de tiros.

4- La carrera de animales



Material:
Un (1) dado
Seis (6) cartones (uno por cada animal) y sobre cada cartón una pista recta dividida en cuadrados que tienen cada uno el mismo número de puntos.
Seis (6) peones (una silueta de cada animal)
La regla escrita que indique el movimiento de cada animal (por ejemplo cuando el dado indica dos, la tortuga avanza una casilla)
Organización:
Grupos de 4 a 7 niños
Tres (3)(ó 6) niños con 2 (ó 1) pista
Un (1) niño juega el rol de árbitro y lanza el dado

5- Juego popular: Veo- Veo

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Desarrollo: Se inicia el juego cuando un jugador piensa en un objeto que está a la vista de todos y los compañeros deben adivinarlo.
Para ello se produce el siguiente diálogo:
Jugador:"veo-veo"
Grupo: ¿Qué es?
Jugador: Una cosa
Grupo: ¿Qué es?
Jugador: Maravillosa
Grupo: ¿De qué color?
El jugador dice el color y los integrantes del grupo, por turno, irán nombrando objetos al alcance de su vista que respondan a dicho color. Quien acierta, toma la conducción del juego.
Variante: el grupo puede preguntar: ¿de qué forma es ?; ¿de qué tamaño?;¿ tiene puntas?;¿cuántas?;¿tiene filos?;¿cuántos?; ¿tiene caras?;¿cuántas son?;¿ tiene base?;¿rueda o no rueda?;etc.

6 - Jugando con la banda numérica

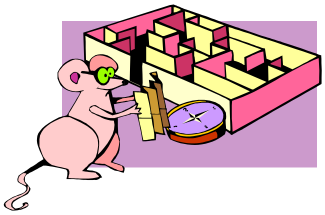
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Material: Un cartón o cartulina cuadrado, en las que se colocan las bandas o tiras con casillas numeradas. La primera tira tiene registrados los números del 1 al 10. La segunda del 11 al 20. La tercera del 21 al 30.
Importancia: Actúa como diccionario de números cuando se los necesita y es fuente de reflexiones para los niños.
Puede usarse para marcar la asistencia diaria. Se marca con un color el número de los niños de la clase y con otro los niños presentes.
Se puede inventar un juego para iniciarlos en el reconocimiento de los números:
Equipo: 1 niño que hace las preguntas y un equipo o clase que contesta.
Consigna:

ISBN: 978-987-1341-57-3

"¿Adivina, adivinador?" "¿Qué número es?". "Está en la primera tira y es el último de ella?", por ejemplo.
Variante: sirve para hacer notar a los niños las regularidades de la escritura de los números. También: " Yo sé contar hasta..."

7-Juegos con el dominó



Material y organización:
Doce (12) juegos de dominó
Un (1) grupo de 12 niños, cada uno con un juego
Consigna:
"Observar el juego, buscar qué se puede hacer con él, luego dibujar lo que se hizo"
Algunos niños juegan con las reglas comunes que ya conocen, otros inventan clasificaciones y ordenamientos diversos.

8- Los "rompecabezas"

Material:
En una cartulina de color, dibujar una figura y recortar en partes.
Consigna: " Arma una figura" "¿Qué es?"
Variantes:" rompecabezas" tridimensionales

9- La carrera de tortugas

Material: Dos dados cúbicos, 12 fichas (o siluetas de tortugas) y un tablero como el dibujado abajo.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Instrucciones del juego: Se lanzan los dos dados y se suman los resultados. La tortuga o ficha del valor resultante debe avanzar una casilla. Gana la primera que llegue a la meta.
Antes de empezar la carrera responde: ¿Qué tortuga crees que ganará? ¿Por qué?

1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															

Contesta las siguientes preguntas una vez que hayas terminado:
a) ¿Qué tortuga ha ganado? ¿Cuál quedó en segundo lugar? ¿Y en tercero?
b) ¿Ha coincidido tu suposición con el resultado de la carrera?
c) ¿Por qué la tortuga 1 no avanza nunca?
d) Realiza varias veces el juego y comprueba qué tortuga es la que más gana

10- El estanque dorado

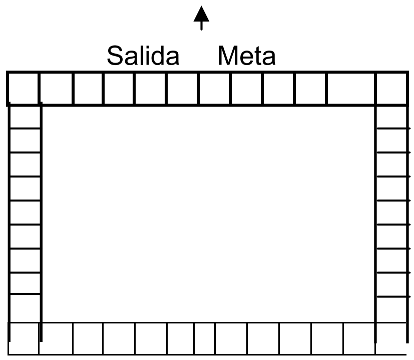
Material: Un dado de 6 caras y otro de 12, 12 fichas para cada jugador y un tablero para cada jugador.
Instrucciones del juego: El tablero representa un estanque en el que hay peces (ficha) en cada casilla. Se deben pescar todos los peces, para ello hay que escoger uno de los dos dados, de modo que pescarás el pez que esté en el valor obtenido.
a) ¿Cuáles son los peces más fáciles de pescar?
b) ¿Y los más difíciles?

	1	2	
8	9	10	3
7	11	12	4
	6	5	

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

11- La carrera loca

Material: Dos dados y una ficha por jugador
Instrucciones del juego: Cada jugador (al llegar el turno) lanzará un dado y, después de ver el resultado, debe decidir si avanza las casillas que indica el dado o tira el otro. Si decide esto último debe lanzar el dado y si el valor de éste es mayor que el otro, avanzará la suma de los dos, pero si es menor retrocederá lo marcado en este último dado. Gana el primero que llegue a la meta.

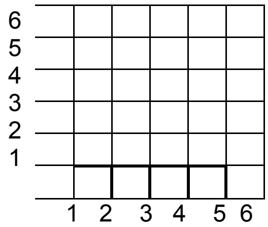


a) ¿Cuándo es mejor arriesgarse a tirar el segundo dado?¿Por qué?
b) ¿Hay algún método para ganar con mayor facilidad?

12- La gran nevada

Material: Dos dados
Instrucciones del juego: El tablero representa el embaldozado del patio del colegio. Imagínate que empieza a nevar y sólo caen 36 copos. Toma dos dados, lanza el primero, que nos indicará la abscisa, y luego el segundo que nos indicará la ordenada, y marca el punto obtenido. Realiza las tiradas 36 veces.
Responde antes de empezar: ¿en qué casillas crees que caerán los 36 copos de nieve?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3



Contesta las siguientes preguntas una vez que hayas terminado:
a) ¿En cuántas casillas no ha caído ningún copo?
b) ¿Y un copo?
c) ¿Y dos?
d) ¿Y más de dos?
Realiza varias veces el juego y comprueba los resultados.

13- Toque y Fama numérico

Participan dos personas
El jugador A escribirá en secreto un número de 4 cifras y lo ocultará al jugador B. Para formar el número se podrá usar cualquier cifra del 0 al 9, pudiendo repetir cualquiera de ellas. Sólo está prohibido colocar 0 en el primer lugar contando de izquierda a derecha.
El jugador B escribirá un número de cuatro cifras en la primera fila de casillas de la tarjeta llamada HOJA DE BÚSQUEDA.
El jugador A deberá responder: subrayando la(s) cifra(s) que está(n)en el número secreto, pero en un lugar distinto: TOQUE; y encerrando la(s)cifra(s) que coincide(n) con el número secreto y en el mismo lugar: FAMA.
El jugador B, considerando los datos entregados por el jugador A, escribirá un nuevo número, ahora en la segunda fila de casillas.
El procedimiento continúa hasta llenar la décima fila, si es necesario.
Gana el jugador B si determina el número secreto en la décima jugada o antes; en caso contrario gana el jugador A.

3.8. La resolución de situaciones problemáticas

Ya sabemos cuán importante espacio ocupa la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática. Todos coincidimos que la Matemática es una ciencia en constante proceso de crecimiento, con *problemas* resueltos y otros no, y un producto cultural que ayuda a comprender y a transformar la realidad.
Con esta concepción de la Matemática la resolución de problemas se convierte en la esencia del quehacer matemático. Pero, ¿qué es un problema?
Un problema es...

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

"...toda situación con un objetivo por lograr, que requiere del sujeto una serie de acciones u operaciones para obtener su solución, de la que no dispone en forma inmediata, obligándolo a engendrar nuevos conocimientos, modificando (enriqueciendo o rechazando) los que hasta el momento poseía", nos dice Guy Brousseau.
El interés que un problema despierta en un alumno depende de varias variables:

- del tema al que se refiere (pueden ser externos o internos a la matemática)
- de la relación entre los datos
- de las dificultades para generar una estrategia de resolución
- del sentido que le problema tiene para el que lo resuelve

Además los problemas pueden permitir a los alumnos:

- construir nuevos conceptos
- elaborar algunas relaciones matemáticas
- construir nuevos algoritmos
- evidenciar sus niveles de logro

El *modelo matemático* para la resolución debe ser elegido cuidadosamente, de modo que la respuesta obtenida sea acorde con la situación problemática planteada.

Todo problema tiene un *objetivo por lograr* que puede estar orientado por una *pregunta.* La misma no debe dar lugar a diferentes interpretaciones.

Los *datos* pueden ser:

- numéricos (sean como cantidades o no)
- de relaciones lógicas
- de ubicaciones en el espacio
- de formas geométricas

Los problemas que deban plantearse en al aula de la Educación General Básica pueden tener:

- datos necesarios y suficientes
- exceso de datos
- sin los datos necesarios para obtener su solución

Los *enunciados* de los problemas pueden tomar forma de:

- dramatización
- historietas
- textos con dibujos
- sólo texto
- dibujo con datos
- presentación oral

- **Una ingeniería didáctica**

Ciclo: Primer ciclo de la Educación General Básica

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Año: 1° Año
Tema: Números naturales. Suma y resta. Resolución de problemas

Introducción:

La ingeniería didáctica que se presenta está pensada como un ensayo innovador que responda a la necesidad de tomar en cuenta **la resolución de problemas como contenido de enseñanza en la Matemática.**
Ya se sabe que no se puede pensar que sólo *la práctica* de la resolución de problemas por sí misma, permitirá al niño aprendizajes esenciales para abordar un problema en forma satisfactoria. Se requiere de un análisis más profundo que movilice eficientemente el aprendizaje significativo de la matemática.
En efecto, la resolución de problemas exige:

- interpretar la información que se brinda
- seleccionar la información necesaria para responder las preguntas y organizarla
- tener una representación de la situación
- usar herramientas matemáticas
- planificar una estrategia de resolución
- registrar los procedimientos utilizados
- arriesgar, probar, no tener miedo a equivocarse
- anticipar resultados
- rechazar procedimientos que parecen no conducir a la meta
- analizar la razonabilidad de los resultados
- discutir si el problema tiene una, varias o ninguna solución
- reinsertar los resultados en el problema
- validar el procedimiento utilizado
- analizar al economía de la estrategia utilizada

Esto equivale a plantear situaciones didácticas que apunten específicamente al despliegue de cada una de las capacidades mencionadas y a la reflexión alrededor de las mismas.
En esa inteligencia, se diseña esta *ingeniería didáctica* y se muestran los análisis realizados.

- **Análisis a priori de la ingeniería didáctica**

Los aspectos tomados en cuenta en el análisis a priori de la ingeniería didáctica son los siguientes:

1-Saberes previos:

- Reconocimiento de los números de la primera y segunda decena (1 al 20)
- Escritura y lectura de los números de la primera y segunda decena
- Resolución de sumas y restas con números del 1 al 20

2-Objetivos de aprendizaje:

- Resolución de problemas de suma y resta de números naturales del 1 al 20.
- Cálculo de sumas y restas con números del 1 al 20

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- Lectura e interpretación de enunciados(orales, escritos y gráficos) de situaciones problemáticas
- Distinción de datos e incógnitas
- Selección y simbolización de la operación matemática correspondiente a la situación problemática presentada
- Utilización de distintas estrategias para resolver problemas numéricos
- Elaboración de problemas a partir de un conjunto de datos
- Confianza en sus posibilidades de plantear y resolver problemas
- Gusto por generar estrategias personales de resolución de problemas
- Respeto por el pensamiento ajeno
- Sentido crítico sobre los resultados obtenidos en la resolución de problemas
- Valorización del lenguaje claro y preciso como expresión y organización del pensamiento

3-Diseño de estrategias:

- Selección de las estrategias más adecuadas al tema, objetivo de la clase y saberes previos. En este ejemplo se optó por la presentación de una lámina. De la observación de la misma se inferirán las situaciones problemáticas.
- Secuenciación de las estrategias didácticas a aplicar
- Marcos a utilizar y usos de sus registros
- Modos de movilizar la traducción de los registros
- Juego de las variables didácticas anticipando las respuestas de los alumnos (tamaño de los números, redondez, proximidad de los números que intervienen, tipos de magnitudes: discretas o continuas, orden de presentación de las informaciones, formas de representación, contextos, datos necesarios o superabundantes, vocabulario, longitud del enunciado, etc.)
- Anticipación de las instancias de validación por parte de los niños
- Anticipación de las necesarias y pertinentes instancias de institucionalización por parte del docente
- Anticipación de situaciones de “bloqueo” por parte de los niños

- **Diseño de la ingeniería didáctica**

- Para esta ingeniería se decide presentar a los niños una lámina en la que aparecen algunas informaciones numéricas (por ejemplo, una granja, una verdulería, un kiosko, etc.).

En un primer momento los niños deberán mirar la lámina y comentarla con su compañero. El objetivo de esta actividad es poner en común palabras que puedan ser desconocidas por algunos niños y familiarizarse con la situación presentada en el dibujo.
En la misma clase se invitará a los niños a formular preguntas acerca de la lámina.

Después se clasificarán las preguntas en tres grupos:

- preguntas que no se pueden responder a partir de la lámina
- preguntas que se responden mirando la lámina, pero sin hacer cuentas
- preguntas que se responden haciendo operaciones con los datos de la lámina

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Se pedirá a los niños que indiquen a qué clase pertenecen las preguntas formuladas por ellos.

En la clase siguiente se planteará un problema sobre la lámina para que los niños lo resuelvan por grupos. Para ello se entregará a cada grupo la lámina impresa y el problema planteado.

Por ejemplo, si la lámina muestra una granja se preguntará:

¿Cuántos animales hay en la granja?¿Cuántos tienen plumas? ó ¿Cuántas patas de animales hay en la lámina?

Se someterá a discusión las distintas respuestas encontradas por los grupos.

En una tercera clase se encomendará a los niños la proposición de problemas a partir de la lámina. En esta actividad quedará a cargo de ellos la selección de los datos que se tendrán en cuenta tanto para plantear el problema como para resolverlo. La formulación de problemas por parte de los niños hará posible ir elaborando una diferenciación entre *preguntas y enunciados*.
Los niños trabajarán y escribirán la operación correspondiente. La maestra hará los comentarios, pero no les responde acerca del tipo de operación que deben hacer y les indicará que una vez que todos terminen discutirán las distintas propuestas en el frente. Una vez finalizada esta etapa de la actividad, se anotarán en el pizarrón los cálculos propuestos.
Por ejemplo, entre los cálculos que darán la solución del problema podrán estar planteados los siguientes:

a) 3 + 3 + 7 + 4 +2
b) 2 + 3 + 2 + 7 + 4
c) 3 +7 + 3 + 2 + 4

La señorita invitará a la discusión de las soluciones, sin anticipar que hay propuestas correctas e incorrectas. La pertinencia de los cálculos propuestos deberá ser determinada por los niños.

Cada cálculo propuesto se justificará por los niños, con aseveraciones como las que siguen:
a) ”porque hay 3 chanchos, 3 vacas, 7 gallinas, 4 patos y 2 conejos“
b) ”porque hay 2 conejos, 3 vacas, 2 chanchos,7 gallinas y 4 patos“
c) ”porque hay 3 vacas, 7 gallinas, 3 chanchos, 2 conejos y 4 patos“

Luego de debatir, las distintas propuestas los niños acordarán los cálculos correctos, encontrando los errores cometidos en los restantes.
Esta actividad podrá ser planteada nuevamente, después de transcurridos algunos días, usando otra lámina. Se advertirá el progreso de los niños frente a esta actividad.

Variantes: En otras instancias, se pueden plantear algunas variantes, como éstas:

a) **Tengo el siguiente cálculo: 4 + 4 + 6. ¿A qué pregunta responde?**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

(Por ejemplo, en la lámina se muestra a 4 y 6 como precios de juguetes que se venden en un kiosko: pelota y autito)

b) Para la misma lámina del cálculo anterior, preguntar: **¿el cálculo 4 + 4, a qué pregunta responde?**

c) Ídem para **10 - 6** (Por ejemplo: **Compré un autito y pagué con un billete de $10. ¿Qué vuelto me dieron?**)

d) El docente podrá variar luego las propuestas anteriores con cálculos de tres sumandos.
Por ejemplo: 6 + 6 + 4

e) Se podrán hacer las mismas propuestas, pero con números mayores, a medida que se avance hacia la primera centena

f) Se dará a los niños las siguientes informaciones. Son enunciados a los que les falta la pregunta.

- En el kiosko de mi barrio, un chupetín vale $1 y una gaseosa $2.Tengo $10.
- En la plaza hay 23 bancos pintados de blanco y verde. Tienen color verde 12.

g) Otra variante de esta actividad puede surgir al plantear a la mitad de los grupos del grado, "la elaboración" de una situación problemática y la proposición de un cálculo que la resuelva. Estos cálculos se entregarán a los grupos restantes, que deberán, a su vez, "elaborar" la situación que puede resolverse con ese cálculo. El grupo que hizo la propuesta deberá aceptar o rechazar lo confeccionado por el grupo que la recibió.
Puede llevarse el control del trabajo en una tabla elaborada a tal fin en el pizarrón, lo que hará más atractivo el debate.

- **Aplicación de la Ingeniería didáctica**

Se ejecutará la ingeniería en los momentos ideados y expuestos ya en el diseño. En este caso pueden corresponder a cuatro clases consecutivas y a otra posterior. Es el docente que como un ingeniero pone a prueba su saber y controla su diseño, en este caso, "la realización didáctica" ideada para provocar el aprendizaje propuesto en los niños. En ella intervienen sus concepciones del saber y de la enseñanza-aprendizaje de la matemática y sus actitudes y emociones por la matemática y por el acto de enseñar- aprender.

- **Evaluación de la Ingeniería didáctica aplicada**

Para la evaluación de la ingeniería didáctica aplicada se tendrán en cuenta los procedimientos seguidos por los niños en el abordaje de las propuestas planteadas. Se atenderá no sólo los resultados obtenidos sino también todos los procesos seguidos, las acciones de validación, las dificultades u obstáculos en el aprendizaje, las instancias de evaluación individual y colectiva, los

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

tiempos empleados, las variables didácticas puestas en juego, y por sobre todo se analizarán especialmente la oportunidad y pertinencia de la institucionalización por parte del docente.
La evaluación de estas actividades deben ser abarcativas del proceso que los niños deben realizar hasta la proposición del cálculo, y de los resultados de los mismos y deben poder registrar las dificultades aparecidas y los modos de sortearlas.
Quizás, en esta ingeniería didáctica, el docente vea más claro que la evaluación también debe ser permanente y comprensiva de los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.
Se deberá propiciar, por otra parte, la autoevaluación por parte de los niños, ya que son ellos los que deben elegir, las estrategias para decidir a partir de la actividad que realizan si sus resultados son razonables o no, y en caso de no serlo, cómo orientar su propia corrección. Un aspecto que puede contribuir a progresar en la dirección deseada es que en las situaciones que se propongan se incluya explícitamente una referencia al control que queremos propiciar.

Por ejemplo:
"¿Cómo puedo saber si lo que hiciste está bien o está mal?". "Mostrá una manera de saber si tus resultados son correctos?"

Estas dos consignas apuntan a la anticipación de resultados y al posterior análisis de razonabilidad de los mismos. Conseguir que los niños sean más independientes, más críticos y más activos, es un desafío para el maestro y un objetivo al que la enseñanza de la matemática puede y debe contribuir.

- **Conclusiones, ajuste y recomendaciones a partir de la ingeniería didáctica aplicada**

Del análisis cognitivo-didáctico se pueden inferir los reajustes de la ingeniería en un proceso de *reingeniería didáctica* para el mismo grupo de alumnos. También podrán inferirse recomendaciones de tipo general que pueden ser utilizadas para otros grupos de alumnos. Podrán sugerirse el seguimiento de este tipo de trabajo en los años siguientes, tratando de atender los obstáculos más notables.
Una recomendación que ya puede anticiparse en esta ingeniería es la necesidad de realizar *articulación horizontal* con otras áreas como Lengua, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Con el área L*engua*, en estos puntos:
- al analizar la información escrita y/o gráfica
- al distinguir entre enunciados y preguntas de problemas
- al describir láminas que muestran aspecto del mundo físico y de la vida

Con el área de Ciencias Sociales:
- al comparar las realidades "semejantes" y "contrastantes" que se presentan en las situaciones problemáticas (sociedades y espacios geográficos)

Con el área de Ciencias Naturales:
- al describir los animales de la lámina

3.9. Los cálculos mentales

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Los actuales descubrimientos neurológicos ponen en evidencia la importancia del *cálculo mental* en el logro del *pensamiento lógico* y del *pensamiento creativo* en los niños.
Al lado de la necesidad cognitiva-didáctica que es reconocida actualmente, hay una demanda social de matemática que contiene el cálculo e incluye el cálculo mental. Se considera como una competencia prioritaria para la resolución de problemas en la Educación General Básica.
Es muy común además oponer el *cálculo escrito* al *cálculo mental*. Pero la concepción más aceptada ahora es que el cálculo mental no tiene que excluir el lápiz y el papel ya que sirve para registrarlos cálculo intermedios en un proceso que es, en lo esencial, mental.
Es más clara la distinción que puede hacerse entre cálculo con un algoritmo, de modo sistemático e independiente de los números en juego, y el cálculo en el que, en función de los números y la operación planteada, se selecciona un procedimiento singular adecuado a esa situación particular.
El primero suele designarse como *cálculo automático* y se refiere a la utilización de un algoritmo o de un material (contador, calculadora, etc.)
El segundo es llamado *cálculo pensado o reflexionado.* Es en vinculación con este tipo de cálculo que se considera al cálculo mental.
Así entenderemos por *cálculo mental* el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados.
Los procedimientos de *cálculo mental* se apoyan en las propiedades del sistema de numeración decimal y en las propiedades de las operaciones, y usan distintos tipos de escritura de los números, así como diversas relaciones entre los números.
Algunos asocian el *cálculo mental* al *cálculo rápido*. Sin embargo la rapidez no es una característica que esté implícita en el cálculo mental.
Las bondades del *cálculo mental* no implica que deba sustituir al cálculo escrito y exacto en la enseñanza. Por el contrario, el *cálculo mental* sirve para resolver situaciones didácticas en las que conviene movilizar aspectos que con un cálculo sistematizado no se pueda abordar. El cálculo mental ayuda notablemente a la comprensión y conceptualización de las operaciones con números, y por ende a la resolución de situaciones en las que están implicadas tales operaciones.
Por ejemplo, al trabajar con billetes en los primeros años de la Educación General Básica, permite incluir la presentación de cálculos de sumas y diferencias, de izquierda a derecha, en un cálculo reflexionado sin el algoritmo tradicional de tales operaciones, que impide muchas veces anticipar el resultado y menos aún analizar la razonabilidad de los resultados.
Ejemplo: Debo sumar:

37 + 40

Un procedimiento que hay que alentar es el trabajo horizontal de izquierda a derecha o sea sumar las decenas y después las unidades (con los billetes lo hacemos).
Así la secuencia del cálculo queda:

1) 3 + 4= 7
2) 7 + 0= 7
3) 37 +40 = 77

O también la secuencia del cálculo:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

1) 30+40 = 70
2) 7 + 0 = 7
3) 70 + 7 = 77

En la diferencia, se procede de igual manera. Por ejemplo se al siguiente operación:

47 – 29

La secuencia puede ser:

1) 40 = 30 + 10
2) 10 + 7 = 17
3) 17 – 9 = 8
4) 30 –20 = 10
5) 8 + 10 = 18

Las situaciones didácticas deben propiciar favorecer los procedimientos originales de los niños para el cálculo, y el *algoritmo convencional de cálculo escrito* debería aparecer como el último paso de un proceso de construir algoritmos cada más económicos (con el menor número de pasos) como ocurrió en la historia de la matemática.
En un modelo de aprendizaje constructivista de la matemática, implica no apuntar desde el principio a *un saber acabado* y aceptar su carácter provisorio. Esto es ir avanzando, aún con los errores de los chicos, hacia la construcción de los algoritmos convencionales.

3.10. La evaluación en matemática

- **La evaluación y la didáctica de la matemática**

A pesar del gran desarrollo de la Didáctica de la Matemática, son escasos los trabajos referidos a evaluación.
Bodín (1977) explica que no es por falta de preocupación de los especialistas, y cita a Chevallard y Feldman (1986) en la siguiente afirmación sobre la evaluación:
"....uno de los aspectos determinantes del proceso didáctico que regla y regula a la vez tanto los comportamientos del docente como el aprendizaje de los alumnos."
En efecto, cualquiera que conozca la realidad de una clase de matemática, no puede ignorar la fuerza de la evaluación en el proceso educativo.
En el contrato didáctico, definido por Brousseau como el conjunto de los comportamientos del docente que son esperados por el alumno y el conjunto de los comportamientos del alumno que son esperados por el docente, y que contiene reglas, la mayoría de las veces implícitas, que regulan el funcionamiento de la clase, aparece claramente la influencia de la evaluación. La evaluación sumativa condiciona notoriamente el proceso enseñanza- aprendizaje, pero la evaluación que se da integrada al aprendizaje, juega un rol positivo en el contrato didáctico y no puede pensarse independiente de él. Es lo que se conoce como la evaluación formativa.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- **¿En qué cambia la evaluación en matemática?**

Cobra mayor vigencia cada día entre los actores educativos el pensamiento de que la evaluación es una de las claves de la renovación de la actividad educativa. La evaluación tiene que ver con los objetivos, con los contenidos y con la metodología misma. Los docentes que intentan modificar su forma de evaluar están renovando eficazmente su labor en el aula. Aparte de función acreditativa, la evaluación tiene una función eminentemente formativa, al dar orientación sobre las líneas de corrección para superar las insuficiencias advertidas. Por ello que es muy cierto que no habrá cambio educativo sino cambia la evaluación.
Si se busca un cambio en la educación matemática, debe buscarse un cambio en la evaluación de la matemática.
En cada una de las dimensiones del currículum de matemáticas, del aula, de la institución, desde el sistema educativo todo, desde una posición académica o desde un punto de vista social, las dimensiones valorativas son las componentes irremplazables del mismo. Concebido sistémicamente el curriculum, aparece la evaluación en cada uno de sus niveles de análisis. Por otra parte los estudios sobre la evaluación en matemáticas consideran a ésta como parte integrante del proceso de formación matemática del estudiante. Por lo tanto no se puede estudiar aisladamente la evaluación sin considerar su vinculación con los contenidos, los objetivos y la metodología misma.
Los Estándares Curriculares del National Council of Teachears of Mathematics (NCTM) consideran que la evaluación se deberá orientar hacia:

- La evaluación de la competencia matemática global de los estudiantes brindando diversas maneras de relevarla
- La observación de los progresos de los estudiantes en la competencia matemática
- El apoyo y la confianza en la valoración (assessment) realizada por los docentes
- La evaluación como un proceso público, participativo y dinámico
- La visión integrada del qué y el cómo evaluar
- Los resultados de la evaluación como herramienta para asegurar la oportunidad de los estudiantes de desarrollar su potencial intelectual
- La coherencia de la evaluación con el currículum y la instrucción
- El uso de múltiples instrumentos o medios de evaluación

- **¿La evaluación es una asignatura pendiente de la transformación educativa?**

De lo dicho hasta aquí se deduce que el tema de la evaluación es una cuestión abierta en el debate educativo. Dicho de otra manera es una asignatura pendiente de la transformación educativa encarada en la Argentina y en la de otros países. Esta afirmación tiene que ver con los siguientes aspectos a tomar en cuenta:

- En primer término, el modo en que se concreta la evaluación en las aulas revela las intenciones y expectativas de los profesores y por lo tanto lo que el estudiante “entiende” que se espera de él. Y en función de lo que se espera de él, el estudiante orienta su manera de actuar y hacer.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- En segundo lugar, la evaluación es el medio de comunicación entre el docente y los padres, en general. En la Educación General Básica y aún en la Universidad, la evaluación condiciona el proceso educativo de cada estudiante.
- Y en tercer término, debemos anotar que nuestro sistema educativo es selectivo y que es necesario aprobar además de aprender. Pero si los estudiantes deben optar entre aprobar y aprender, eligen lo primero. De esta manera las competencias a desarrollar para aprobar son las que son prioritarias en la guía del aprendizaje.

Si nos circunscribimos a la esperada transformación educativa en matemática, se reiteran estas consideraciones. Por ello es que se considera que no podrá darse una verdadera transformación en la educación matemática sin replantear el tema de la evaluación de los contenidos matemáticos.

- **Algunas ideas sobre la evaluación de los aprendizajes en matemática**

La evaluación de los aprendizajes en matemática debe incluir dos aspectos:

- Lo que aprenden y lo que no aprenden los estudiantes
- Lo que los docentes enseñan y lo que los docentes no enseñan

La acción de la evaluación es reconocida por los propios docentes como compleja.
No se tiene a veces en claro lo que debe evaluarse y la manera de hacerlo.
El término "evaluación" es empleado con distintos significados: verificar, medir, valorar, comprender, aprender, conocer, juzgar, comparar, constatar, ayudar, etc.
En Assessment Standards for School Mathematics[5], define la evaluación en Matemática como:
"La evaluación es el proceso de obtención de evidencia sobre el conocimiento adquirido por los estudiantes, capacidad para usarlo y disposición hacia su uso, y de hacer inferencias a partir de la información recogida para una variedad de propósitos".
En la evaluación se destacan cuatro pasos:

1) planificación de la evaluación: diseño de los instrumentos en función de los objetivos de la evaluación
2) obtención de la información: lectura y registro de la información que dan las producciones de los alumnos
3) interpretación de la información a partir de los objetivos propuestos
4) uso de los resultados para el diseño de las acciones remediales de enseñanza (Charnay, 1990). La remediación para Charnay es todo acto de enseñanza cuyo objetivo es permitir al alumno la apropiación de los conocimientos que a través de la mediación entre el alumno y el saber, en la primera enseñanza, no fue logrado

Otro aspecto destacado en lo referente a la evaluación en matemática es el trabajo con el error. Los errores de los alumnos, a la luz de las nuevas ideas, se corresponden con concepciones y lógicas construidas por ellos, que dan como productos las llamadas "imágenes conceptuales". Detectar las imágenes conceptuales es importante para revelar la manera que los alumnos van construyendo los conceptos y son el insumo para el diseño de ingenierías didácticas para la enseñanza- aprendizaje de la matemática.

- **La evaluación en matemática: una herramienta para aprender y para enseñar**

---
5 NCTM (1995) Assessment Standards for School Mathematics, Reston (Virginia). EEUU

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Evaluar los conocimientos matemáticos permite reunir la información de lo que aprenden y cómo aprenden los alumnos, y también de lo que no aprenden, además de permitir a los profesores advertir el proceso de adquisición de los conocimientos a través de las llamadas “imágenes conceptuales” ó “pseudoconceptos”. A los docentes esta información les sirve para orientar su tarea y diseñar lo que los franceses llaman las “ingenierías didácticas” en un verdadero trabajo de experimentación y control del proceso de enseñanza-aprendizaje. A los estudiantes estos datos les sirven para darse cuenta de qué conocimientos saben realmente y cuáles son sus dificultades.
De allí es que se afirme que es un instrumento valioso para el mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje.
Así como en nuestras clases de matemática los alumnos trabajan individualmente y en grupos, también es importante que los métodos de evaluación de la enseñanza contemplen la inclusión de la evaluación grupal, ya que, en general, se evalúa individualmente.
Así como son conocidas en ámbitos diversos las construcciones de ingenierías didácticas como método de investigación y control de la enseñanza-aprendizaje, deberá crecer la experimentación en la diversidad de métodos de evaluación. Desde los individuales a los grupales, de los escritos a los coloquiales, de los procesuales a los de resultados, buscando la complementación de los mismos y motivando a los alumnos a estudiar mejor y a los docentes a enseñar más y más eficazmente. Y por sobre todo apuntando a la autoevaluación y mejorando los procesos de la argumentación y la comunicación matemática.

- **¿Qué son los portafolios didácticos? ¿Y los portafolios de evaluación?**

Los portafolios se han desarrollado en el ámbito de la arquitectura y de los artistas para mostrar las producciones logradas y se incorporan en el ámbito educativo en el año 1980 en la carrera de magisterio en los Estados Unidos (Lyons, 1999). Surgieron para la evaluación de los docentes por la petición de la National Board for Professional Teaching Standards (NBPTS) a Lee Schulman de la Universidad de Stanford a quien se debe el diseño de esta forma de evaluación.
Los portafolios didácticos “usados en el marco de la evaluación son colecciones sistematizadas realizadas por los alumnos y docentes que sirven para examinar el esfuerzo, los progresos, los procesos y los logros, así como para satisfacer la exigencias de responsabilidad habitualmente alcanzadas por procedimientos de prueba más formales” (Johns, 1992).
Los ingleses diferencian la evaluación con dos palabras, assessment y evaluation, que significan valoración y evaluación, respectivamente. La valoración es el resultado de un proceso en el que está incluida la evaluación como una de sus instancias. Este proceso de assessment valora lo que los alumnos son capaces de realizar en el desarrollo del aprendizaje de determinados contenidos matemáticos.
La evaluación por carpetas o portafolios, se adapta muy bien al nivel de la Educación General Básica, donde el docente puede dirigir la creación de la carpeta, y al nivel universitario, donde los mismos estudiantes proponen creativamente el diseño de las carpetas de acuerdo a los objetivos planteados, probando sus habilidades que en los exámenes tradicionales no pueden ser valoradas. Además los tiempos de evaluación son más amplios permitiendo la valoración continua del proceso de aprendizaje que se realiza en un accionar interactivo entre el docente y el alumno.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- **La evaluación y la creatividad**

Los métodos actuales de evaluación son los más nocivos para la creatividad. El principio del juicio diferido debido a Osborn (1963), usado en la solución creativa de problemas, propone separar la fase productiva de la fase crítica.
Por otra parte, en el proceso educativo es imprescindible evaluar las adquisiciones y el desarrollo de los alumnos.
Sin embargo, es posible contribuir al desarrollo de la creatividad a través del proceso evaluativo si se tienen en cuenta las tres cuestiones esenciales siguientes:
La individualización de la evaluación en función de la individualización de los objetivos de aprendizaje
Como en una enseñanza creativa es el alumno quien debe asumir los objetivos al inicio del curso, ya tiene una guía que orienta su aprendizaje, sabe lo que se evalúa y por ende considera a la evaluación como la valoración natural del cumplimiento de esos objetivos.

2. La autoevaluación

Dado que los objetivos son buscados por el propio alumno, es él quien debe asumir un desempeño activo en el logro de los mismos. La autoevaluación es útil para desarrollar su independencia y su autoconfianza.
Las experiencias muestran que los alumnos son capaces de autoevaluarse, llegando a ser mucho más autocríticos y objetivos en los análisis si reciben una adecuada orientación.
En algunas de estas experiencias, al finalizar una unidad temática, se solicita a los alumnos su autoevaluación, en función del logro de los objetivos propuestos, y la fundamentación de su calificación. Si la calificación y fundamentación difiere de la apreciación del docente, se realizan conversaciones para ajustar los criterios de evaluación. También al finalizar una prueba cuatrimestral o semestral, en otras experiencias, se pide a los alumnos que señalen la calificación que estiman que se merecen por sus respuestas. En clases siguientes, se discute, por ejemplo, el contenido de la prueba y sus respuestas correctas y se solicita nuevamente la calificación de la misma. Luego se realiza una contrastación de las dos calificaciones propias de los alumnos con la calificación docente en un proceso de orientación para el aprendizaje de la autoevaluación.

3. El carácter natural y creativo del sistema de evaluación

Si uno de los objetivos de la enseñanza de la matemática es tratar de ser creativos, la evaluación de tal objetivo debe ser propuesto en su sistema de evaluación.
El alumno al saber lo que se valora, orienta su acción a lo que se aprecia como positivo en la evaluación correspondiente. Si las actividades de evaluación son eminentemente reproductivas, no se estimula la creatividad. Por el contrario, el sistema de evaluación debe propiciar la formulación de problemas o preguntas originales e interesantes sobre los temas evaluados. La evaluación debe servir para ver el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje propuestos poniendo el acento en el proceso de aprender más que en el de valorar lo aprendido, y a través de los seminarios, tareas u otras propuestas mejorar el aprendizaje.

3.11. Una síntesis

En este capítulo se aborda especialmente la construcción y el análisis de situaciones didácticas de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos en la Educación Inicial y Educación Básica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Se trata primero la construcción del concepto de número, en el que deben atenderse, siguiendo a Piaget, los aspectos de *la ordinalidad* y *la cardinalidad*. El logro de estos aspectos por parte de los niños es el sustento de cualquier aprendizaje numérico ulterior.
También se explicita el estudio de los algoritmos y la importancia del descubrimiento de *las regularidades* por parte de los alumnos para la conceptualización de las operaciones aritméticas.
Se presenta la cuestión de *la simbolización y las situaciones de codificación y decodificación* en matemática.
Se destaca *la enumeración o conteo* como una actividad matemática primera para la construcción del número y se presenta la conformación de las estructuras aditivas y multiplicativas.
También se aborda la organización del espacio para la presentación de la geometría distinguiendo *el espacio físico* (concreto) del *espacio geométrico* (abstracto).
Se presentan *los niveles del pensamiento geométrico* de Van Hiele: *reconocimiento, análisis, abstracción, deducción y rigor*, y los tipos de validación del conocimiento geométrico: *validación empírica* asentada en la experiencia y *la validación argumentativa,* a la que se llegar con la geometría.
Se presenta al *juego* como una actividad matemática importante y se elaboran ingenierías didácticas lúdicas para el aprendizaje matemático. Para ello se ilustra con diversos juegos y se inducen variantes para el abordaje de distintos aspectos matemáticos.
La resolución de *situaciones problemáticas* es el eje de las actividades matemáticas de los niños.
Se dedica una especial atención a los cálculos mentales en la educación matemática ya que en ellos se ponen en ejercicio el pensamiento lógico o racional y el pensamiento lateral o creativo de los niños.
Por último de trata el tema de la evaluación en matemática considerando a la evaluación como un proceso didáctico inmerso en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se analizan los portfolios didácticos ó carpetas para las evaluaciones en matemática. Y se vincula la evaluación con la creatividad.

Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

3.12. Actividades para orientar las prácticas docentes

Actividad N° 11

Te presentamos dos extractos de **registros narrativos,** referidos al enfoque del área Matemática en el nivel inicial, realizado por dos docentes de una salita de 4 años de una misma escuela.

Marita, de la salita amarilla, dice:

"...Jorgito, se encuentra en el estadio de la colección no figural, puede agrupar objetos por semejanzas de color y de forma. Deja aún elementos sin agrupar. En relación con la seriación arma series de hasta 5 elementos. Pero no puede intercalar..."

Sonia, de la salita azul, dice:

"... Valeria recita los números hasta el 10, si le doy objetos para contar lo hace correctamente hasta el 4. Todavía no se interesa por la escritura de los números. Si se le pregunta dónde hay números dice, en el teléfono, en el colectivo, en el televisor".

Las dos docentes hacen referencia al tratamiento del número.

a) A partir del registro narrativo realizado por Marita, responde:

1) ¿Cuál es el objetivo de la enseñanza de la Matemática?
2) ¿Qué lugar ocupa el número en la enseñanza de la Matemática?

b) A partir del registro narrativo realizado por Sonia, responde:

3) ¿Cuál es el objetivo de la enseñanza de la Matemática?
4) ¿Qué lugar ocupa el número en la enseñanza de la Matemática?
5) ¿A qué se hace referencia al utilizar los términos "recitado de números" y "conteo"?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

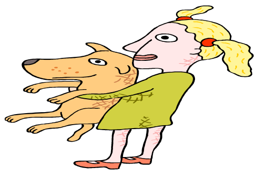
Actividad N° 12

Lee el siguiente diálogo entre dos docentes de salas de 5 años:
Cristina: -¿Qué te parece si armamos una banda numérica en la sala?
Rosa: -¿Esa tira con números?
Cristina: Sí. Pero no sé bien si empezarla desde el cero o desde el uno. En la sala, Cecilia la tiene desde el cero.
Rosa: -Yo la voy a hacer desde el cero hasta el nueve. Total con esos números alcanza para formar los otros.
Cristina: - Yo prefiero que coincida con la cantidad de chicos que tengo, la voy hacer del 1 al 25 y voy a colocar debajo de cada número la misma cantidad de flores.
Rosa: - La voy a usar para que puedan formar los números así pueden escribir la fecha.
Cristina: - Yo también la voy a usar para que cuenten. Pero no la voy a escribir yo, que la escriban los chicos. Algunos ya saben escribir números.
A partir de este diálogo, responde:
1) Sabes que en todo número se puede diferenciar el aspecto cardinal y el ordinal. Identifica cuál se privilegia en la "**banda numérica**". Fundamenta tu respuesta.
2) ¿Qué contenidos se enseñan a través del recurso didáctico de la "**banda numérica**"?
3) ¿Cuáles son los conocimientos numéricos previos que deben poseer los niños para poder hacer uso de la "banda numérica"?. Fundamenta tu respuesta.
4) ¿Qué le propondrías a Cristina y Sonia, en relación con:
- El número con el cuál comenzar la "**banda numérica**"
- El número con el cuál finalizar la "**banda numérica**"
- Los dibujos debajo de cada número
- Quién debe escribir los números en la "**banda numérica**"

Fundamenta tus respuestas.
5) Formula dos posibles usos que los niños pueden hacer de la "**banda numérica**" en una sala de 5 años.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 13



a) Selecciona alguno de los juegos presentados en este módulo. Analiza las fases. Explica qué contenidos matemáticos son desarrollados.
b) Elabora los materiales necesarios para este juego e inventa alguna variante del mismo
c) Dramatiza el juego escogido
d) Propón una actividad a realizar con los niños que muestre la utilidad de los números en cuanto permite anticipar resultados.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 14

Las construcciones

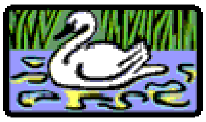
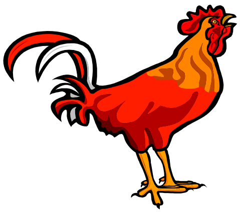
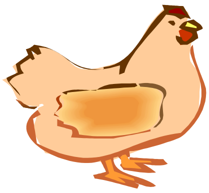
Objetivo: Realizar una construcción igual a la de otro grupo.
Material: Bloques de madera de diferentes formas, tamaños y colores, 2 juegos (cada juego debe tener las mismas piezas).
Desarrollo:

- Se forman grupos de cantidad par de integrantes.
- Se divide al grupo en dos partes: GRUPO A- GRUPO B. Se entrega a cada uno un juego de bloques.
- El GRUPO A realiza con su juego una construcción, sin que el GRUPO B la vea.
- Luego el GRUPO A le dicta al GRUPO B cómo colocar las piezas, a fin de que el GRUPO B obtenga la misma construcción.
- Al finalizar se confrontan las construcciones y se sacan conclusiones.
- Luego se invierten los roles.

A partir de la actividad propuesta responde:
1 - ¿Qué contenidos matemáticos se puede proponer enseñar la docente con esta actividad?.
2 - ¿Cuál/es son los problemas matemáticos que debe enfrentar cada uno de los grupos para resolver la situación planteada?
3 -¿Cómo ubicarías, en una sala de 5 años, al GRUPO A respecto del GRUPO B?. Justifica.
4- Silvia, docente de sala de 5, después que el GRUPO A y el GRUPO B confrontaron sus construcciones, les plantea que con un crayón marquen la huella que la construcción deja en el papel. Luego les pide que desarmen la construcción, observen la huella y reconozcan las formas y las líneas marcadas.
Esta actividad ¿modifica el contenido?. Justifica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 15

Patricia, docente de la sala de 5, realizó con sus alumnos una salida a la granja.
Al día siguiente les propone a los alumnos la siguiente actividad:

"Hoy vamos a formar grupos de 6 nenes.
Cada grupo se divide en dos partes y debe realizar con los elementos que les entregaré una maqueta que reproduzca algunos de los sectores de la granja visitada.
Primero la realiza una parte del grupo sin que la otra la vea, luego el primer sub-grupo le "dicta" instrucciones al segundo para que logre realizar una maqueta igualita"

Le entrega a cada grupo los siguientes elementos:
casas- caballos de diferentes colores- vacas- terneros- vallas- árboles diferentes- ovejas- personas- gallinas- patos-
Los niños con mucho entusiasmo comienzan a trabajar.
Patricia recorre los diferentes grupos y escucha los siguientes mensajes:
Diego comienza su dictado diciendo al otro sub-grupo:
"Colocá la casa de techo rojo y delante de ella el árbol de copa alargada".
María lo comienza diciendo:
"Ubicá en el centro de la hoja al caballo marrón, al costado del caballo, del lado de la puerta, el árbol de copa redonda."
Gretel comienza diciendo:
" Tenés que tomar las vallas, las ovejas y los árboles"

Así continúa la clase hasta que cada grupo confronta lo realizado.

A partir del relato responde a los siguientes interrogantes:
1- ¿Cuál/es es el contenido matemático que Patricia se ha propuesto trabajar con esa actividad?
2- Analiza los mensajes expresados por cada uno de los niños para poder armar la maqueta deseada. Explica cuál es el correcto.
3- Patricia luego de confrontar maquetas realizadas por los diferentes grupos les propone que realicen una representación gráfica de la misma. Con esa propuesta de trabajo. ¿Modifica el contenido? Justifica.
4- En el recorrido que la docente realiza por los diferentes grupos los niños le preguntan : *" Esta bien, Seño?".* Patricia responde de diferentes formas, algunas de ellas son las siguientes:
- *"Cuidado, también debemos indicar si está a la derecha, o a la izquierda de..."*
- *"¿Les parece que los chicos pueden entender el mensaje?"*
- *"¿Qué pueden modificar para que se entienda el mensaje?"*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- *"Qué tendrían que haber dicho para colocar donde ustedes querían?*

¿Cuál/es de las intervenciones son pertinentes?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Actividad N° 16

Lee el siguiente relato de clase:

Luciana, maestra de sala de 5, les propone a sus alumnos cambiar de lugar algunos de los elementos de la sala y les dice:

"Quiero colocar este perchero (que está debajo de la ventana) entre el armario y la biblioteca. ¿Qué les parece? ¿Podremos colocarlo ahí? ".

Los niños, entusiastas, comienzan a dar respuestas. Algunas de ellas son:
Mariana: - No, no entra, es muy grande el perchero.
Julián: -¿Por qué decís eso?, ¿cómo lo sabes?
Mariana: Mirando me doy cuenta.
Federico: En mi casa mi papá usa un medidor que se enrolla.
Luciana: ¿Qué es un medidor?
Federico:- Es una tira amarilla con rayitas grandes y chicas y con números.
La maestra responde: - Acá no tenemos medidor. ¿Qué podemos hacer?
Daniel se levanta, se acerca a la biblioteca y tratando de dar pasos iguales llega hasta el armario. Dice:- Son siete pasaos.
Vanesa toma varios bloques, los coloca uno al lado del otro entre la biblioteca y el armario y dice:
- Son 3 grandes y 8 chicos.

Sergio toma la regla que está sobre la repisa y dice:- Mirá yo mido con esto, tiene rayitas y números como dijo Federico y se hace así (la desplaza varias veces cubriendo el espacio entre el armario y la biblioteca), y dice son 10.
Así continúa la actividad hasta que llegan a la conclusión de que el perchero no entra en el espacio elegido.
A partir del relato responde a las siguientes preguntas:
1-¿Qué contenidos matemáticos se propuso trabajar Luciana con esta actividad?
2-Analiza las respuestas dadas por los niños a la situación planteada
3-Teniendo en cuenta el proceso de adquisición de la noción de medida, ordena las respuestas dadas por **Daniel-Mariana-Vanesa-Sergio**.
4-El uso que Sergio hace de la regla ¿es convencional? Justifica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

3.13. Para pensar y crear

- De la lectura de 3.1., responde: a) ¿Por qué es importante la enseñanza de la matemática en el nivel inicial de enseñanza?; b) ¿Cuáles han sido las concepciones de aprendizaje que han influido?
- Es fundamental reconocer la naturaleza del número, base de los aprendizajes numéricos. ¿Qué opina Piaget sobre el número? ¿Cómo orienta su enseñanza en cuanto a los aspectos de la cardinalidad y la ordinalidad?
- ¿Piaget pensó en los niños con necesidades educativas especiales al tratar estos aspectos de la construcción del número?
- Los números se presentan a los niños bajo distintos aspectos: a) los números como memoria de cantidad, b) los números para comparar, c) números para agregar, juntar, quitar, partir, repartir, d) números para calcular. Piensa ejemplos de cada aspecto para llevar a los niños de la educación especial.
- ¿Qué contenidos se desarrollan en el nivel inicial para construir el espacio? ¿Cómo se aborda la ubicación de los objetos en el espacio y las relaciones espaciales?.Relee las actividades mostradas en el capítulo para la construcción del espacio y las relaciones espaciales y elige las que creas más apropiadas para los niños con necesidades educativas especiales.
- El proceso de la construcción de la medida en el niño es un proceso largo.¿Cuáles son las etapas que prevé Piaget para la construcción de la medida por parte del niño?
- Es fundamental el logro de la articulación de los contenidos matemáticos entre el Nivel Inicial de la enseñanza y la Educación General Básica. Lee este punto y realiza una síntesis.
- ¿Para qué se enseña la matemática en la EGB? Deberás apostar al logro de las mismas competencias en los niños de la educación especial. Opina al respecto.
- Relee el punto 3.2. ¿qué es necesario adquirir para lograr la comprensión conceptual de las operaciones matemáticas (suma, diferencia, multiplicación, división)? ¿Cómo se utilizan las regularidades matemáticas en la enseñanza de las operaciones?
- Relee el punto 3.3. ¿Hay simbolización en matemática? ¿Cuándo se da una situación de codificación? ¿Cuándo una situación de decodificación?

Para pensar y crear (continuación)

- Relee el punto 3.4. ¿Qué es la enumeración o conteo en la actividad matemática? ¿Qué implica esta actividad en los niños? ¿Cuáles son las recomendaciones didácticas para que el niño logre una adecuada construcción del conteo o enumeración?.¿Qué recursos didácticos se mencionan como apropiados?
- Relee el punto 3.5. y establece la diferencia entre los procesos vinculados al conteo: recontar, sobrecontar, descontar, doble conteo. ¿Qué importancia tiene la "verbalización" de los procedimientos por parte de los niños para el logro del conteo? ¿y las regularidades numéricas?
- En la organización del espacio se estudian los niveles del pensamiento geométrico del niño.¿Cuáles son los niveles establecidos por Van Hiele?
- Relee el punto 3.8. y di por qué es esencial la actividad de resolución de problemas en las clases de matemática?
- ¿Por qué son importantes los cálculos mentales en las clases de matemática?
- Después de leer el punto 3.10. escribe tres líneas sobre la evaluación en matemática. Anota algunas condiciones para integrarla proceso didáctico.
- ¿Qué son los por-folios evaluation? ¿Crees que puedes usarlos en tu tarea con los niños con necesidades educativas especiales?
- Lee acerca de la creatividad y la matemática. Piensa algunas estrategias para convertir el aprendizaje de la matemática en un aprendizaje creativo.
- ¿Crees que el aprendizaje de la matemática en los niños con necesidades educativas especiales pede ser una tarea creativa y placentera? Explica tu punto de vista.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

4. ALUMNOS CON NECESIDADES ESPECIALES

4.1. Estudio de las principales dificultades en los primeros aprendizajes matemáticos de alumnos con necesidades educativas especiales

Gran parte de las dificultades y fracasos escolares de todos los niños se concentran en el área de las matemáticas. Estos contenidos operan como un filtro selectivo en cada nivel de enseñanza. Sin embargo el conocimiento matemático, su comprensión y aplicación, es un objetivo que pueden y deben alcanzar todos los alumnos. Por ello es necesaria una enseñanza que atienda el proceso cognitivo y potencie la confianza del alumno en su propia competencia.

Los expertos en la enseñanza de la matemática que han campeado los problemas de la prevención y reeducación de dificultades de su aprendizaje son defensores de una metodología que se basa en la construcción activa del conocimiento. Innumerables experiencias en el mundo lo prueban.

Esta metodología sostiene como ejes fundamentales a:

- la reflexión del alumno sobre las actividades que ejecuta en su propio aprendizaje
- la discusión de situaciones en que se produce un conflicto entre las ideas previas y los resultados observados
- el avance progresivo desde la experiencia concreta hasta la simbolización de las operaciones

Hasta acá hemos abordado el andamiaje teórico que sostendrá a las ingenierías didácticas que los docentes pondrán en ejecución para facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos básicos, potenciar su aplicación a la resolución de situaciones problemáticas cotidianas y desarrollar el dominio de las técnicas de cálculo.

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas hay que tener en cuenta tres aspectos importantes que están relacionados y son:

- las distintas maneras con que los niños se enfrentan con las matemáticas y que tiene que ver con *las condiciones personales*

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

- *los contenidos de las matemáticas* que están organizados de acuerdo a criterios lógicos que no siempre son adecuados a los procesos cognitivos del niño
- las condiciones en que se enseña esta materia, esto es modos y formas de ofrecerla en el aula, *métodos, procedimientos y recursos* empleados

Los estudios sobre los bajos rendimientos de los niños en la matemática destacan como *factores internos* a:

- las alteraciones en el desarrollo intelectual
- las alteraciones del lenguaje y la psicomotricidad
- las alteraciones neurológicas y
- las perturbaciones emocionales

Los *factores externos* son los que tienen que ver con:

- los problemas socio-ambientales
- el absentismo escolar o asistencia irregular a clases
- la enseñanza inadecuada

La experiencia nos dice además que de poco valen las prácticas pedagógicas uniformes y homogeneizadoras si no todos los alumnos aprenden de la misma forma, están igualmente motivados, ni tienen las mismas capacidades. La incorporación de las nuevas tecnologías, hoy en día, nos permite integrar diferentes sistemas simbólicos que favorecen y estimulan a los alumnos a desarrollar sus inteligencias más eficientes a niveles aún mayores y a trazar “puentes cognitivos” entre éstas y las que les dificultan conseguir determinadas habilidades y destrezas.

Este es el desafío que tiene hoy la educación en matemática para todos los niños y para los niños con condiciones especiales también.

Por ello trataremos de analizar estos problemas del aprendizaje de las matemáticas desde una óptica optimista que potencie las condiciones personales de cada niño y sepa aprovechar sus tipos de inteligencias y que ayude a la construcción del conocimiento haciendo uso de las nuevas tecnologías al servicio de un aprender más y mejor.

4.2. Algunas reflexiones realizadas para potenciar el aprendizaje en los niños con necesidades educativas especiales a través del diseño, ejecución y aplicación de ingenierías didácticas

El eje central de la actividad que deberás desarrollar como docente de niños con necesidades educativas especiales es concentrar los esfuerzos en el diseño de ingenierías didácticas,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

entendiéndose a esto como todo el andamiaje necesario que usarás para provocar situaciones de enseñanza y realizaciones didácticas de los alumnos. Estas realizaciones didácticas deberán ser las necesarias para una educación en niños con dificultades en matemáticas y servirán para elaborar y adaptar situaciones didácticas ya conocidas y construidas a las características y necesidades propias de nuestros alumnos con necesidades educativas especiales.

Es decir que el docente de educación especial que aborda los contenidos matemáticos será un buen ingeniero que deberá construir o inventar ingenierías didácticas pertinentes que conlleven como objetivo esencial el logro de la superación de los obstáculos de aprendizaje por parte del niño. Estos obstáculos darán cuenta de las concepciones que van elaborándose en el realizar o hacer matemática.

Estas ingenierías deben implicar un desafío para el alumno: la propuesta de un problema que debe resolver, que debe ser representada por él y que en esa representación, cualquiera sea el marco elegido sepa diferenciar los datos y las incógnitas, lo que se conoce y lo que se desconoce. Si esa representación mental que el alumno debe realizar ante la propuesta del docente no se logra es muy difícil que pueda encontrar la solución o estrategias para encontrarla. El contexto que se elige para presentar la propuesta al alumno es muy importante.

Una ingeniería didáctica debe saber guiar al alumno a encontrar la solución viable del problema a partir de estrategias y actividades diseñadas y pensadas a partir un análisis detallado, sistemático sobre los obstáculos o errores que se cometen.

El docente-investigador a través de sus ingenierías didácticas debe saber encontrar las deficiencias que impiden el camino hacia la solución y a partir de ellas buscar una verdadera compensación de errores como lo hace un ingeniero en su hacer profesional.

Todo esto es posible si la ingeniería didáctica puede asegurar la correspondencia entre las estrategias de enseñanza y aprendizaje compensatorias y las estructuras cognitivas no desarrolladas.

A la acción, que una ingeniería lleva al alumno le sigue la formulación que el alumno pueda hacer de ella. De allí la importancia del lenguaje o de las “verbalizaciones” que los alumnos puedan realizar ante las propuestas didácticas. Ellas darán cuenta de las estructuras del pensamiento lógico matemático y / creador que el alumno posee o construye para abordar esta situación.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

El docente deberá relevar especialmente a través de la observación participante que trae aparejada la realización de la ingeniería didáctica las dificultades que los alumnos tienen de:

- retener la información de la situación planteada
- establecer redes entre los datos de la información y las incógnitas
- percibir y representar los cambios que la situación propone en las relaciones de entrada
- captar el sentido de la situación
- lograr la comprensión de la situación y su contexto
- decidir entre lo que el contexto sugiere y lo que realmente debe ejecutar
- validar las soluciones argumentando y fundamentando en un marco determinado
- interactuar con sus pares y contrastar las producciones logradas
- apreciar el juicio ajeno y comunicar el propio
- elaborar criterios de razonabilidad en la discusión de las soluciones
- generar lazos de afectividad con sus pares junto a la racionalidad y creatividad que la situación le exige en la búsqueda y logros de las soluciones

El docente estará vigilante del proceso de construcción de los conocimientos por parte del alumno al que controlará y ajustará. En ese trabajo influirán sus concepciones, creencias, ideas y prejuicios.
Y en este rol se aparece también a un actor que debe responder a un libreto y adaptarla a su audiencia en un accionar creativo que permite captar su interés.

4.3. Una síntesis

En este capítulo se plantean las principales dificultades en los primeros aprendizajes matemáticos de alumnos con necesidades educativas especiales.
En la enseñanza y aprendizaje de la matemática hay que atender:

- las distintas *condiciones personales de los niños*
- *los contenidos de las matemáticas*
- los modos y formas de ofrecer la matemática en el aula, esto es, *métodos, procedimientos y recursos* empleados

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

El docente-investigador a través de sus ingenierías didácticas debe saber encontrar las deficiencias que impiden el camino hacia la solución, los obstáculos de los alumnos, y a partir de ellas buscar una verdadera compensación de errores como lo hace un ingeniero en su hacer profesional.

Lo esencial es que cada ingeniería didáctica pueda asegurar la correspondencia entre las estrategias de enseñanza y aprendizaje compensatorias y las estructuras cognitivas no desarrolladas

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

4.4. Actividades para orientar las prácticas docentes

Actividad N° 17

Pensando la enseñanza de la matemática en niños con necesidades educativas especiales

- Lee el siguiente fragmento C. Gattegno en *Introducción al Método Cuisenaire – Gattegno de los números en color para la enseñanza de la Aritmética: Niños con dificultades*
  "Yo tengo una gran experiencia en la enseñanza de niños retrasados de muchos países, y he podido establecer que el retraso no es un concepto absoluto. En una lección con niños de alto cociente intelectual, las calificaciones obtenidas fueron muy diferentes de las que normalmente obtenían los profesores, porque eran incapaces de hacer frente a las cuestiones no verbales, por adaptarse éstas mejor a la forma de sus inteligencias. Se había cultivado muy bien su normal aptitud para la verbalización mediante un entrenamiento continuo, pero como esto no servía a su propósito en la nueva situación del manejo de las regletas, tuvieron que retroceder hasta los niveles de las inteligencias no desarrolladas (y tal vez, inherentemente débiles). Así quedaron aparentemente, a la altura de los torpes. En otra ocasión observamos que el primero de la clase que estaba sentado junto al retrasado, se esforzaba en copiar, desesperadamente y de reojo, lo que hacía su vecino. Se demostraba así que las dificultades experimentadas por el primero eran el lenguaje natural del supuesto torpe"
  Subraya dos párrafos del texto con los que más estés de acuerdo y escribe tu opinión respecto del aprendizaje de la matemática por parte de los niños con necesidades educativas especiales y a la luz de las nuevas tecnologías.

- Elsie Rao, maestra VI de impedidos visuales a lo largo de diecisiete años del Distrito escolar Independiente Tyler, consagrada la Maestra 2002, expresó en una entrevista a la TV lo siguiente:
  "La educación especial no es un curriculum suavizado diseñado para educar a los niños discapacitados. La educación especial es mucha gente especial que ayuda a que niños especiales se vuelvan adultos productivos"
  Escribe cinco líneas al respecto de esta opinión.

- Relata, en primera persona, una página sobre tus vivencias en este Curso de Didáctica de la Matemática del Ciclo de la Licenciatura en Educación Especial. Compártela con uno de tus compañeros o colegas y analiza las coincidencias y disidencias con las vividas por él.

5. AUTO-EVALUACIÓN DEL MÓDULO
5.1. Instrumento de la “port-folio evaluation”

UNCa. Facultad de Humanidades
Dpto. de Formación Continua. Licenciatura en Educación Especial
Curso de Didáctica de la Matemática
Mi Nombre:
Mi Escuela:
Mi Profesora: Magíster Olga Carabús

CARTA ABIERTA PARA UNA ALUMNA O UN ALUMNO

Querida/o amiga o amigo:

Hoy me dirijo a ti, en esta carta, con todo cariño y con muchas ganas de compartir la experiencia de reflexionar acerca de tu formación en **Didáctica de la Matemática** de la Licenciatura en Educación Especial de la Facultad de Humanidades de la Universidad Nacional de Catamarca.

Mi misión es tratar de ser una tutora en este proceso. Deberás encarar esta formación con creatividad, esto es tratar de descubrir tus potencialidades como orientador y dinamizador del aprendizaje de la matemática de los alumnos que debas guiar. Trataré de que obtengas las primeras herramientas que ejercitarás, a partir de ahora, en tu tarea de docente de educación especial.

Te cuento que, tú mismo serás quien evalúes, con mi ayuda si la quieres, lo que vas reflexionando sobre cada tema que se aborda en los distintos capítulos del módulo de **Didáctica de la Matemática**.

Del compromiso que tengas con esta formación dependerá el éxito de tu accionar sobre los aprendizajes matemáticos de los niños con necesidades educativas especiales.

Al escribirte hoy, lo hago apostando a tu responsabilidad e inteligencia. Y estoy segura que no me defraudarás.

Bien, primero deberás completar todas las actividades propuestas en cada capítulo del módulo, después de leer y releer el material entregado. Para ello cuenta con mi ayuda... también irás confeccionando una carpeta con tus trabajos. Una vez completa tu carpeta, seleccionarás tus mejores producciones o las que te hayan gustado más. A éstas deberás entregármelas junto a la planilla de autoevaluación que acompaña a esta misiva, en ocasión de la finalización de tu tarea. Allí me explicarás por qué estos trabajos son tus mejores producciones, también tus dificultades en el abordaje de estas actividades, el control de los objetivos del Curso y algunas sugerencias o ideas que se te ocurran.

Te cuento que el contenido de esta carpeta o portfolio, la selección de las mejores producciones, la autoevaluación propuesta en las planillas, se realizarán previamente a la resolución de un instrumento evaluación final e integral (un test múltiple choice sobre generalidades del Curso de Didáctica de la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Matemática). Por lo tanto, serás recompensado por tu trabajo. Estarás siendo evaluado, mejor autoevaluado, desde distintos ángulos, cuidando celosamente tu proceso de aprendizaje.

Amigo...amiga... a trabajar!

¡Hasta pronto!

Tu profesora

Índice de la Carpeta

I- Mis producciones
II- Novedades (las que encuentro sobre algún tema de este módulo en Revistas, Internet, etc)
III- Controlo mis objetivos (Hoja de valoración, criterios y revisiones de la tarea)

Hoja de Valoración, criterios y revisiones

Tu profesora (o tu compañera/o de estudios) valorará tu carpeta en dos ocasiones (Revisión 1, al terminar con los primeros capítulos y revisión 2, al finalizar todo el trabajo) señalando los objetivos logrados. La profesora del Curso realizará la revisión final.

Mis objetivos	Revisión 1 Fecha:	Revisión 2 Fecha:	Revisión Final Fecha:
1. Comprensión de las actividades 2. Adecuación de las estrategias usadas para resolver las actividades 3. Grado de voluntad para abordar el trabajo 4. Capacidad para sacar conclusiones 5. Precisión del uso del vocabulario 6. Uso de esquemas o mapas conceptuales 7. Corrección y claridad en la comunicación oral y/ escrita 8.			

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Pulcritud y claridad expositiva en la presentación del trabajo			
9. Comprensión de los conceptos más importantes: construcción del conocimiento matemático, sentido del conocimiento, representaciones, marco, registro, creatividad, ingeniería didáctica, situaciones didácticas de acción, formulación, validación e institucionalización, conteo, estructuras aditivas y multiplicativas, organización del espacio, niveles de la comprensión: intuitivo, declarativo, argumentativo y estructural, evaluación, autoevaluación, etc.			
10. Grado de creatividad en la resolución y presentación de los trabajos			

Tu profesora (o colega o compañera de estudios) hace estos comentarios en cada entrevista (se sugiere una primera evaluación en la mitad del trabajo y luego una al finalizar):

Comentario 1 (al trabajar los dos primeros capítulos)	Fecha:
Comentario 2 (al finalizar el trabajo)	Fecha:

Ahora yo hago comentarios sobre mi tarea. Me estoy autoevaluando...

Comentario 1 (al trabajar los dos primeros capítulos)	Fecha:
Comentario 2 (al finalizar el trabajo)	Fecha:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

Registro para la evaluación final

Yo me evalúo(de 1 a 5)	Mi colega o compañero/a me evalúa(de 1 a 5)	Evaluación final(acuerdo entre el profesor, el colega grupo y la profesora del Curso)

Dado que el Curso ha terminado escribe una carta a tu profesora explicándole tu sentir y pensar sobre esta experiencia en la formación en Didáctica de la Matemática para la Licenciatura en Educación Especial.

Carta a mi Profesora
Querida Profesora:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

. ALSINA, C., (1998), **Utopías, renovaciones y clases de Matemáticas**, EPSILON, Revista de la S.A.E.M. Thales .Vol.14 (3) Nº 42. (pp 561-564).

. ARTIGUE, M.; DOUADY R. y otros, (1995), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, Grupo Editorial Iberoamérica, Bogotá.

. ARTIGUE, M. (1994), **Una introducción a la Didáctica de la Matemática, en Enseñanza de la Matemática.** Selección bibliográfica. Traducción para PTFD. M.C y E.

. BARBIN E. y DOUADY R. (1996), **La enseñanza de las matemáticas: puntos de referencias entre los saberes, los programas y la práctica**. TOPIQUES éditions. Francia.

. BERTÉ, A.(1993), *Matemática de la EGB al Polimodal, A-Z* Editora *Bs.As.* Argentina.

. BERTÉ, A.(1993), **Matemática dinámica**, A-Z Editora Bs.As. Argentina

. BRESSAN A. Y OTROS, Los CBC y la matemática. AZ. Editora Bs. As. Argentina.

.CARABÚS, O., (2002), **¿Qué es la Ingeniería Didáctica? Ingenierías didácticas para la enseñanza del Cálculo,** UNCa. Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas. Primeras Jornadas Universitarias de Ingeniería.

. ——— (2001), "*La evaluación en matemática. Lo que se aprende y no se aprende en matemática*". EPSILON. Revista de la S.A.E.M. "Thales" Nº 49. Volumen 17(1). Facultad de Matemáticas. Sevilla. España.

. ——— (2003), **"Creatividad, enseñanza y evaluación de la Matemática"** en Pérez Lindo, A.; CARABÚS, O; FREIRÍA, J.; GONZÁLEZ OLIVER A. Y SCAGLIA A. en "**Creatividad, actitudes y educación".** Editorial Biblos.

. ———(2004), *"Didáctica de la Matemática". Ciclo de la Licenciatura de Nivel inicial.* Facultad de Humanidades de la UNCa.

. CEBRIÁN Y OTROS (2000). Nuevas Tecnologías aplicadas a las didácticas especiales. Madrid: Pirámide.

. CHARNAY, R.: *Aprender (por medio) de la resolución de problemas*, en **Didáctica de la Matemáticas: Aportes y reflexiones.** Parra, Saiz(Comp.) Edit. Paidós Bs.As. 1994.

. CHEMELLO G. Y DÍAZ A.(1998), **Matemática. Modelos Didácticos**. PROCIENCIA-CONICET.

. CHEMELLO, G. DÍAZ, A (1998), **Material de apoyo para la capacitación docente**. **Documentos curriculares del M C y E para EGB1, EGB2 y de caracterización del enfoque**.

. CHEVALLARD, IVES, (1991)," La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado". Colección dirigida por Mario Carretero. Universidad Autónoma de Madrid. Red Federal de Formación Docente. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Continua. Editorial AIQUE. Argentina

. COLECTIVO DE AUTORES, (1996), **"Tendencias Pedagógicas Contemporáneas"**. CEPES. Universidad de La Habana. Cuba.

. COLECTIVO DE AUTORES, (2000), **"Los Métodos Participativos. ¿Una nueva concepción de la enseñanza?"**. CEPES Universidad de la Habana. Cuba.

. CRIPPA A. Y GUZNER G,(2000).: " *Evaluación de los aprendizajes"* **en Matemática. Temas de su didáctica- Prociencia.**

. DE BONO, E., (1998), **El pensamiento lateral,** Paidós. Bs.As.

. DOUADY, R. ROBERT, A.(1994), *Algunas reflexiones sobre la observación en clase de formación profesional inicial de futuros docentes*. PTFD, Selección bibliográfica IV.1994.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

. FERNÁNDEZ BAROJA, F., Y OTROS (1991), **Matemáticas básicas: dificultades de aprendizaje y recuperación.** Editorial Santillana S.A. Madrid. España

.GARDNER. H. (1997), **Inteligencias Múltiples**. Editorial Paidos. Barcelona.

. GIMENO, J. y PEREZ , M.A. (1992), **Comprender y transformar la enseñanza**. Editorial Morata. Madrid

. GIL PÉREZ, de GUZMÁN OZÁMIZ, MIGUEL,(1993), **"Enseñanza de la Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones".**Editorial Popular S.A. IBER CIMA.

. GODINO, JUAN, (2000), UNO, Revista de Didáctica de la Matemática, Nº 25, *Construcción de conocimientos matemáticos para el siglo XXI*. GRAO. Barcelona, España.

. GOLEMAN. D. (1998); **Inteligencia emocional**. Editorial Kairós. Madrid

. HANFLING M. Y SAVÓN S.(1998), *Problemas para aprender. Problemas para enseñar* en Hanfling M. y otros. **Matemática. Temas de su Didáctica.** PROCIENCIA-CONICET

. PANIZZA, M.(1994), **El problema matemático desde la perspectiva del análisis didáctico.**

. PARRA, C. Y SAIZ, J. (1994). **Didáctica de Matemática. Aportes y reflexiones**. Editorial Paidós. Buenos Aires.

. PIPKIN EMBÓN, MABEL,(1994), **¿Cómo se construye el fracaso escolar?.** Homo Sapiens Ediciones .Bs.As. Argentina

.PUIG, LUIS y CERDÁN FERNANDO,(1995), **Problemas aritméticos escolares**. Editorial Síntesis. Madrid. España.

. ROCKWELL, E., (1981), *"Dimensiones Formativas de la Escolarización Primaria en México",* Revista "Dialogando" de la Red Latinoamericana de Investigaciones Cualitativas de la Realidad Escolar. México.

. RIVEROS, MARTA; ZANOCCO, PIERINA,(1988), **Matemática: un juego de niños,** Pontificia Universidad Católica de Chile, TELEDUC. Chile.

. SADOSKY, P. Y OTRAS(1994), **Enseñanza de la matemática.** Documento Curricular y Selección Bibliográfica IV. PTFD. MCE.

.SÁNCHEZ J. (2000), **Ambientes virtuales interactivos para niños ciegos**. RIBIE. Chile

.S. MONTOYA R. (1997 y 2002), **Ordenador y discapacidad. Guía práctica de apoyo a las personas con necesidades educativas especiales.** Editorial CEPE. Madrid. España.

. SERRA M., y DIAZ (2001); **Un apuesta por la comunicación alternativa como una herramienta más en la comunicación con niños gravemente afectados**. Sociedad Española de Comunicación Aumentativa - Isaac. España.

. VERGNAUD, G.(1990). "*La théorie des camps conceptuels". Recherches en Didactiques des mathematiques*. Vol.10, n2,3,pp.133-170

. VERGNAUD, G., *La didáctica de la provocación.* Entrevista. Novedades Educativas Nº 47

. VERGNAUD, G., *Aportes de la psicología del aprendizaje a la tarea docente*. Entrevista. Novedades Educativas Nº 76

http://www.ugr.es/local/jgodino/ ; http://www.groups.des.st-and.ac.uk/history.htm

http://www.thales.cica.es/rd.Recursos/rd/biografías.htm http://mat.ucm.es/depots/am/guzman/guzman/htm#sobrehistoria;

http://forum.swarthmore.edu/mathed/mathed.research.html ;

http://www.nctm.org/

http://www.un.org/esa/socdev/enable/disa54s0.htm

ISBN: 978-987-1341-57-3

http:www.who.int/icidh
www.rehab-international.org
www.rnib.org.uk/technology

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

. ANGULO BLASCO, FÉLIX. Y NIEVES BLANCO (Coord.), (1994), **Teoría y Desarrollo del Currículo.** Ediciones Aljibe. (pp. 17- 29) Málaga.
. ANTUNES, S. (1992), **Estimular las Inteligencias Múltiples**. Editorial Narcea. Madrid.
. BRISSIAUD, REMI (1994). **El aprendizaje del cálculo**, Editorial Visor. Madrid.
. BROUSSEAU, G. (1980). **Les échecs electifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire,** Revue de Laryngologie. Vol.101, nº 3-4.
. CENTENO, JULIA (1988). **Números decimales**, Editorial Síntesis. Madrid
. CHAMORRO, M. C. (1992). **El aprendizaje significativo en matemáticas**. Editorial Alhambra-Longman. Madrid
. CHAMORRO, M. C. Y BELMONTE, J.M. (1991). **El problema de la medida**. Editorial Síntesis. Madrid.
. CHEVALLARD, I, BOSCH, M. Y GASCÓN, J. (1997). **Estudiar matemáticas**. Barcelona.
FERNÁNDEZ, M.F.; LLOPIS, A.M. Y PABLO, C. (1979) **Niños con dificultades para las matemáticas**, CEPE. Madrid.
. HERNÁNDEZ FERNÁNDEZ H.; DELGADO RUBÍ, J. y FERNÁNDEZ DE ALAÍZA, B., (1997), **Cuestiones de didáctica de la Matemática,** Homo-Sapiens Ediciones, Rosario, Argentina.
. JAULIN-MANNONI, F. (1980). **La reeducación del razonamiento matemático**, Editorial Pablo del Río. Madrid
.KAMII, C. (1988). **El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget**. Editorial Visor. Madrid
.KAMII, C. (1992). **Reinventando la aritmética II.** Editorial Visor. Madrid
. KAMII, C. (1994). **Reinventando la aritmética III**. Editorial Visor. Madrid
. KAPLÚN, MARIO,(1987), **"El comunicador Popular"**. Editorial Humanitas. Bs.As. 1987.
. KLINE, MORRIS,(1992), **"El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días".** Editorial Alianza Madrid

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3

. LANDÍVAR, TOMÁS EDUARDO, (1992), *"Comunicación Educativa. Referencias para su construcción"*. Revista Alternativas, N° 8 Año VI, de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs.As.
. MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K., (1992), **Pensar matemáticamente,** M.E.C. Edit. Labor, Barcelona.
. MAZA, C. (1989). **Sumar y restar**. Editorial Visor. Madrid
. MAZA, C. (1991). **Multiplicar y dividir**. Editorial Visor. Madrid
. MAZA, C. (1991). **Enseñanza de la suma y la resta**. Editorial Síntesis. Madrid.
. MAZA, C. (1991). **Enseñanza de la multiplicación y división**. Editorial Síntesis. Madrid.
. MENÉNDEZ, M.C. (1988). **Programación del lenguaje matemático en educación especial**, CEPE. Madrid.
. MITJÁNS MARTÍNEZ, A., (1995), **Creatividad, personalidad y educación**. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
. MITJÁNS MARTÍNEZ, A.; BETANCOUR MOREJON J.; DE LA TORRE, S. Y OTROS, (1994), **Pensar y crear**. **Estrategias, métodos y programas**. Editorial Academia, La Habana, Cuba.
. OJALVO, VICTORIA Y OTRAS,(1995). "Comunicación Educativa". Universidad La Habana. Cuba.
. OSBORN, A. F., (1963), **Applied Imagination**, Scrieber, New York.
. PERERO, MARIANO,(1994), **"Historia e historias de Matemáticas".** Grupo Editorial Iberoamericano. México.
. PÉREZ PANTALEÓN, G., (2001), **Metodología de la Enseñanza de la Matemática** (I, II, III y IV), Universidad Nacional de Tucumán.
. PÉREZ PANTALEÓN, GUILLERMO,(2001), **Metodología de la Investigación Científica y Educacional**. Maestría de enseñanza de la Matemática Superior. UNT. Fac. de Arquitectura y Urbanismo.
. VERGNAUD, G. (199). **El niño, la matemática y la realidad**. Editorial Trillas. México.
. AMII, C. Y DE VRIES, R. (1985). **El número en la educación preescolar**. Editorial Visor. Madrid
. KAMII, C. (1988). **Juegos colectivos en la primera enseñanza.** Editorial Visor. Madrid
. KAMII, C. Y DE VRIES, R. (1978). **El conocimiento físico en la educación preescolar. Implicaciones de la teoría de Piaget**. Editorial Siglo XXI. Madrid. Siglo XXI.
. POLYA, G. (1982). **Cómo plantear y resolver problemas**. Editorial Trillas. Méjico.
. YUNI, J.; URBANO, C., (2000), **"Investigación Etnográfica e Investigación –Acción".** Editorial Brujas. Córdoba. Argentina.
. YUNI, J.; URBANO, C., (2003), **"Técnicas para investigar y formular proyectos".** Volumen I. Editorial Brujas. Córdoba. Argentina.
. VILLAGRA DE BURGOS, A., (2000), *Módulo didáctico*. *La problemática de la evaluación.* Módulo IV. Capacitación pedagógica universitaria. Universidad Nacional de Tucumán.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA
FACULTAD DE HUMANIDADES
Secretaría de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria
ISBN: 978-987-1341-57-3