



## Investigación en Didáctica de la Matemática: Hacia una discusión de las Metodologías de Observación.

Autor: *Curotto, María Margarita.*

Colaboración: *Carranza, Graciela.*

Dirección: [curotto@cedeconet.com.ar](mailto:curotto@cedeconet.com.ar) – [dlammoglia@yahoo.com.ar](mailto:dlammoglia@yahoo.com.ar)

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca.

Belgrano 300. 4700 – San Fernando del Valle de Catamarca (Argentina).

### Introducción:

En nuestro país se está desarrollando desde hace unos años la investigación en la enseñanza y aprendizaje de disciplinas específicas. Desde esta perspectiva se pretende comprender la práctica de la enseñanza y el aprendizaje en su propio medio a través de la investigación educativa, por lo que es importante estudiar distintas metodologías de observación y clarificar el provecho, las utilidades y los beneficios de cada una de ellas.

Se han aprendido muchas cosas prestando especial atención al comportamiento de los individuos, sobre todo cuando tiene un sustento de interés científico. Para ello los investigadores utilizan sencillas pero importantes técnicas de recopilación de datos, técnicas basadas en mirar, escuchar y registrar, recreando la interacción existente en el aula entre el docente y sus alumnos, de los alumnos unos con otros, en el mismo alumno.

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales llevamos adelante un proyecto de investigación sobre estrategias de traducción de lenguajes matemáticos, y desde el cual surge la necesidad de analizar la observación como instrumento de recogida de datos. Para realizar tales análisis se enfrenta una actividad intelectual que conlleva la construcción de significados, significados impregnados de las hipótesis previas, de las maneras de ver y los intereses de cada investigador.

El presente trabajo es sobre las maneras de observar el aprendizaje de la matemática en alumnos universitarios. Las actividades que se registran y analizan implican la construcción de conceptos matemáticos, no sólo los que se estudian en el

día y corresponden al tema de la clase, sino aquellos que sustentan el “hacer” la matemática: relacionar conceptos, utilizar conocimientos previos, leyes y teoremas, generalizar procedimientos, buscar caminos para demostrar. También aparecen motivaciones, intereses y conductas externas.

Dado que el estudio de diferentes metodologías de observación permite elaborar instrumentos de recogida de datos específicos para la didáctica de la matemática, aquí se intenta efectuar un examen, selección y análisis de esas observaciones así como de los aspectos contextuales que resultan de interés para el problema que se estudia.

Se expone entonces la construcción de cada trabajo de campo, algunas cuestiones que surgieron de ellos y las dificultades, o, mejor, lo que las metodologías planteadas muestran y no permiten en esto de buscar alternativas que ayuden a obtener precisiones a la hora de investigar.

### **Desarrollo:**

La temática se aborda desde la perspectiva de la investigación en el aula, enfocada hacia las actividades integrales que realiza el alumno. No se pretende indicar soluciones a dificultades existentes, ni siquiera simularlas, sino señalar las ventajas y problemas que resultan de la experiencia.

En el caso de las observaciones tratadas, el interés de la investigación está puesto en los procesos y estrategias de aprendizaje de la matemática de los alumnos de primer año de la Universidad. No se trata de aprendices expertos que poseen ya un método de estudio formado, sino que están ensayando sus primeros pasos, pertenecen a distintas Facultades de nuestro medio y las observaciones están realizadas en diferentes momentos históricos. Se solicita a los docentes de cada curso que el trabajo en el aula fuera del alumno: debían resolver prácticas de las asignaturas que estaban cursando. Los temas de matemática pertenecen al programa que se desarrolla en el momento, no se ha intervenido en este aspecto particular, pero algunos sujetos desarrollan su aprendizaje con un software disciplinar, por lo que hay análisis que consideran este instrumento. Los alumnos que aprendían matemática con software estaban situados en una sala de cómputos, cada uno en una máquina o a lo sumo de a dos, el resto en un aula común.

En todos los casos, la metodología de observación permanece flexible: se trata de técnicas desplegadas por la metodología cualitativa, y, aunque se entra en el campo “ingenuamente” y los intereses investigativos son generales, los investigadores son conscientes de que existen imágenes preconcebidas y trataron de entrar sin hipótesis o conceptos previos. No se pretendió que se efectuase un registro exhaustivo de todos los detalles que se suscitan en el lugar de la observación, pero sí que se tuviera en cuenta lo que sucede en relación con el alumno que estudia matemática. Se trató de evitar la rigidez en la construcción de los procedimientos

adoptando el enfoque del “cómo hacen” (1) al indagar, cuidando de no recoger una visión selectiva del escenario. Se utilizaron palabras y frases de los informantes, los denominados “conceptos concretos” (2).

Cada investigador realizó sus observaciones confeccionando una tabla donde se coloca en la primera columna la metodología utilizada para observar, en la segunda, el texto de la misma, en la tercera los comentarios y análisis. Se les solicitó que describan los métodos, técnicas, estrategias y procesos que el alumno despliega cuando aprende matemática, es decir, debían explorar la construcción de lo disciplinar por el sujeto, registrarlo, comentarlo y analizarlo. A los fines de este trabajo, se seleccionan de esas observaciones algunas secciones acordes con los objetivos propuestos aquí. Con este material se compone una nueva tabla que contiene las anteriores columnas y una columna adicional donde se analiza lo que cada una de las observaciones permite visualizar sobre los aspectos del aprendizaje relacionados con la construcción del conocimiento matemático. En el Anexo al final del trabajo se encuentra la tabla con los análisis descriptos.

### **Discusión y Conclusiones:**

Cuando se estudian estas observaciones, no puede dejar de notarse que las maneras de observar, con las técnicas empleadas y los instrumentos desplegados permiten adentrarse en el pensamiento del alumno con más o menos profundidad, que cada una permite describir comportamientos interiores y exteriores diferentes; es posible reconstruir en algunos casos cómo se construyen conceptos y al mismo tiempo cuáles son los aspectos de esos conceptos que los alumnos están utilizando como herramienta para resolver lo que se les pide, aspectos de motivaciones e intereses de los alumnos, así como estrategias de apoyo que utilizan en el momento del estudio.

Como se concluye a partir del análisis realizado en las tablas anexadas, si se utiliza la observación directa, como la n° 4, se recibe pasivamente lo que sucede en el alumno. En ella se muestran aspectos exteriores de su acceso al conocimiento como son la motivación explícita, estrategias de apoyo tales como intercambios con sus compañeros y con el profesor, consultas. El relato y el análisis del investigador se componen sucesivamente a medida que el sujeto trabaja, busca referencias. Este tipo de observación permiten una evaluación inmediata del conocimiento que el alumno utiliza para resolver a través de las acciones que realiza y de lo que escribe, como es el caso de la utilización de la ecuación de la recta en la forma en que se enseña en la clase teórica.

En otros documentos, como los n° 1, 2 y 3, donde se ha planteado un trabajo con instrucciones como se describe en la primera columna de la tabla, el observador puede “mirar” con un poco más de profundidad lo que hace el alumno ya

---

<sup>1</sup> Taylor y Bogdan 1998, “Introducción a los métodos cualitativos de investigación”, pp134.

<sup>2</sup> Ibid pp163.

que éste responde la secuencia de actividades matemáticas planteadas. Aparece claramente el proceso de aprendizaje del software matemático "...repitiendo acciones, leyendo las instrucciones nuevamente..." (observación 1) "...repitiendo comandos..." (observación nº 2). Se pueden observar procesos de generalización y abstracción de significados, del que el investigador, docente experimentado, puede dar cuenta, pero no se los puede describir, es decir, se puede evaluar el conocimiento del alumno "...pueden realizar... equivalencias simbólicas..." (observación nº 3) pero no es posible el acceso al pensamiento y razonamiento del sujeto, a la utilización de conocimientos previos, a la construcción de significados. Estos documentos permiten comprender algunas perspectivas y supuestos de los alumnos y muchas de las preguntas que quedan pendientes se podrían contestar con entrevistas abiertas a los mismos o encuentros casuales.

Las preguntas realizadas a los alumnos que figuran en la observación nº 5 parecen permitir la reflexión sobre sus procesos de pensamiento, el investigador que lee el registro puede dar cuenta de aspectos de síntesis y generalización que aborda el sujeto, inferir relaciones en conceptualizaciones numéricas y elementos y conceptos matemáticos, relaciones entre lenguajes. Aquí, es el investigador quien busca con sus preguntas lo que desea saber acerca de las resoluciones ó los caminos para llegar a la solución de lo que se le plantea al sujeto observado. El alumno realiza procesos metacognitivos, dado que de alguna forma, se lo "obliga" a reflexionar sobre lo que él hace cuando debe contestar las preguntas. Esta metodología permite reconstruir las dudas, los errores, las dificultades con los conocimientos previos, con los aspectos conceptuales que se ponen en juego para, en este caso, las relaciones numéricas, las representaciones gráficas de las funciones tratadas, las lecturas e interpretaciones de fórmulas y dibujos, las debilidades en equivalencias numéricas. El concepto de hipótesis que se estudia a través de las preguntas realizadas a los alumnos muestra los aspectos que los sujetos observados consideran relevantes, los obstáculos del aprendizaje y las generalizaciones y abstracciones que son capaces de realizar en ese momento. Son documentos personales, escritos por el alumnos donde la metacognición está presente en forma de indagaciones acerca del conocimiento matemático que posee el alumno. En cambio, nada se puede inferir acerca de su aprendizaje exterior con el software, acerca del intercambio relacional en clase con compañeros y profesores.

El enfoque utilizado, típicamente cualitativo, permite adentrarse en el proceso entre las condiciones iniciales y sus consecuencias en el aprendizaje desde diversas ópticas. Poder determinar y distinguir los alcances de cada observación está directamente relacionado con el diseño del instrumento que se utilice en cada caso. La presentación de los resultados es acorde al instrumento, su extensión y riqueza, a las características del camino metodológico. No se resume la información en tablas de frecuencia, gráficos y cuadros como en el análisis cuantitativo, sino que se analiza y se presenta el argumento central, que será siempre parcial y susceptible de diferentes

lecturas. Así, se permite objetivar el trabajo realizado por los investigadores, es otra forma de triangulación, donde dos o más trabajadores de campo estudian escenarios similares <sup>(3)</sup> donde las técnicas de observación sufren modificaciones a los intereses investigativos y son evaluadas con los estudios similares al presente. El equipo permite un alto grado de flexibilidad en las estrategias y técnicas investigativas, puesto que los investigadores difieren en sus habilidades y en su capacidad para relacionarse con el escenario, con el sujeto observado, con el material recogido y las lecturas de este material.

En el caso de la investigación que nos ocupa, cómo el alumno universitario traduce lenguajes matemáticos, este trabajo ha permitido la comprensión de aspectos relacionados con la recogida de datos, la reconceptualización del problema y la unificación de criterios de observación por parte de los investigadores.

---

<sup>3</sup> Becker y otros, 1961, 1968; Bogdan y otros, 1974; Strauss y otros, 1964; en Taylor y Bogdan, 1998; pp 168.

## Bibliografía:

- Ausubel, D., Novak, J., Hanesian, H. 1983 "Psicología educativa". Trillas. España.
- Bertaux, D. y Jick, T. 1994 "Metodología de la investigación cualitativa" Colección Documentos de trabajo, Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación - L.I.C.E. Facultad de Filosofía y Letras. UBA.
- "Informe de investigaciones educativas" 1992 Vol. VI. Nº 1-2. Venezuela.
- Campbell, D. Y Stanley, J. 1998, "Diseños experimentales y cuasiexperimentales en investigación social". Amorrortu editores.
- Camilloni, Alicia. 1996, "De herencias, deudas y legados. Una introducción a las corrientes actuales de la didáctica" en "Corrientes didácticas contemporáneas". Paidós. Bs. As.
- Contreras, Domingo José. 1992 "Enseñanza, currículum y profesorado" Capítulo: "Condiciones científicas y exigencias educativas. El carácter epistemológico de la didáctica". Cap. 5: "La investigación sobre la enseñanza". Akal Universitaria.
- Curotto, M., Olmedo, N., Schuster, A. Di Bárbaro, M.; Acevedo, A., 2000, "Enseñanza de la Geometría con computadora". FACEN – UNCA. Catamarca.
- Curotto, M. M., 2001. "Aprender matemática con un software específico" en "Aprendizaje hoy: teorías, investigación, experiencias". Ed. La Colmena. Bs. As. Argentina.
- Edelstein, Gloria. 1996, "Un capítulo pendiente: el método en el debate didáctico contemporáneo" en "Corrientes didácticas contemporáneas". Paidós. Bs. As.
- Forni, F., Gallart, Vasilachis, 1996 "Métodos cualitativos II. La práctica de la investigación" Ceil - Conicet. Universidad de Buenos Aires/ Flacso / Universidad del Salvador.
- Fuller, G.; Tarwater, D. 1999, "Geometría Analítica". Addison – Wesley, Iberoamericana. México.
- Gallart, M.A., (Sin datos de fecha) "La integración de métodos y la metodología cualitativa. Una reflexión desde la práctica de la investigación". Centro de estudios de población". Bs.As.
- Genovard, C. y Gotzens, C. 1990, "Psicología de la Instrucción". Santillana. España.
- Glaser, B., Strauss, A., 1967, "El método de comparación constante de análisis cualitativo". Capítulo 3. Capítulo 5. Traducción de "The Discovery of Grounded Theory: strategies for qualitative research". Aldine Publishing Company, New York.
- Minnick Santa, C. Y Alverman, D. 1994, "Una didáctica de las ciencias. Procesos y aplicaciones". Aique Didáctica.

- Sirvent, Ma. Teresa. 1996. "El proceso de investigación, las Dimensiones de la Metodología y la construcción del Dato científico". UNRC.
- Sirvent, Ma. Teresa. 1998 y 1999. "Los diferentes modos de operar en investigación social". Texto utilizado en Talleres de Investigación de la Maestría en Didáctica de la FFYL, Sede Catamarca, UBA.
- Taylor, S. y Bogdan, R. 1998, "Introducción a los métodos cualitativos de investigación". Paidós Ibérica, Barcelona-Buenos Aires.
- Wittrock, M, 1989 "La investigación de la enseñanza". Volumen I. Paidós Educador, Bs. As.
- Yuni, J., Urbano, C., 1999, "Investigación etnográfica e investigación-acción". Editorial Brujas. Córdoba, Argentina.
- AGRADECIMIENTO: A Carolina Ferradesi, correctora de mis desaciertos lingüísticos.

## Anexo:

<p>DATOS DE LA OBSERVACION: Lugar, fecha, nombre del observador.</p>	<p>Observación N°1. Observador: Graciela. Fecha y hora: 6 de abril de 2000, de 10a 12 hs.          Lugar: Laboratorio de Computación. FACEN - UNCA.          Alumno: Cristian T. Otros datos relevantes: Maneja computadoras.          Característica de la clase: Práctica de Geometría I</p>		
Descripción de la metodología de la observación	Texto de la observación	Comentario y análisis realizado por el investigador que observó.	Primer análisis: lo que permite y obstaculiza este modo de observar.
<p>El trabajo que se propone a los alumnos se compone de instrucciones básicas para el uso del programa DERIVE <sup>(4)</sup>, sólo las necesarias para que puedan seguir la secuencia de actividades propuesta para el aprendizaje del tema, el material teórico <sup>(5)</sup> para consulta y la secuencia de actividades. Se emplea la observación directa para recoger datos de modo sistemático y no intrusivo. Los intereses investigativos son generales. Además de los registros de observaciones "in situ", se toman notas del trabajo de los alumnos escrito durante el desarrollo de la observación de modo que se obtenga más información sobre su tarea en ese momento.</p>	<p>El alumno, que observo, sigue esas instrucciones y ya su pantalla nos muestra la gráfica correspondiente. Ubica el cursor, en forma de cruz, sobre diferentes puntos del plano y ante la advertencia de la docente, presta atención a los cambios que se producen con los valores de los mismos y que se muestran en el sector inferior de la pantalla. Prueba colocando la cruz sobre la curva, tomando, para ello, diferentes posiciones. También, ante la sugerencia de la docente, juega con el centrado de la gráfica en función de la ubicación de la cruz. Tan abstraído se encuentra que no ha tenido en cuenta que la profesora les está tomando asistencia. Practica intencionalmente las instrucciones dadas en el texto. Por lo poco que observo hasta ahora, el alumno aparentemente no ha manejado este programa con anterioridad ya que se nota que piensa antes de dar alguna orden.</p>	<p>Los alumnos se muestran interesados en el trabajo y siguen las instrucciones que la docente les remite. La posibilidad de manejo de la computadora como actividad práctica de una materia, ¿puede para los alumnos ser un incentivo que los lleve a leer e intentar un mejor aprendizaje de los conceptos de la misma?          ¿Aprendizaje por asociación o reestructuración?</p>	<p>En este tipo de observación resultó muy interesante el proceso de aprendizaje de manejo del software: repitiendo acciones, leyendo las instrucciones nuevamente o preguntando a la profesora o a algún compañero; se puede observar cómo se aprende una técnica. Quedan algunas cuestiones sin responder que conciernen a la interiorización de ellas. Este modo de observar no permite aclarar los procesos de construcción del conocimiento, quedan muchos interrogantes asociados al "cómo se aprende". El docente debe dejar preguntas pendientes que podrían contestarse interrogando directamente al alumno, en este caso, parecería que están ligados a la motivación personal y su incidencia en las acciones que realiza para el tipo de aprendizaje que puede desarrollar.</p>

<sup>4</sup> Curotto, M. 2001, en "Aprendizaje hoy".

<sup>5</sup> Fuller, G. Tarwater, D. "Geometría Analítica" Addison-Wesley, Iberoamérica. México. 1999, pp 169-191.



	<p>Trabaja nuevamente en la pantalla de álgebra y escribe la función <math>y = 0,5 \text{ sen } x</math>, mira la hoja del cuestionario y luego corrige y escribe <math>y = 1/2 \text{ sen } x</math>, vuelve a mirar la hoja y luego la pantalla, queda conforme y pide con el comando respectivo la gráfica de esa función, vuelve con Author a la pantalla de álgebra y escribe la función anterior tomando el coeficiente <math>-1/2</math>, solicita su gráfica y la adiciona a la que tenía anteriormente. Efectúa cambios visuales usando los comandos del programa que contienen dos y cuatro flechas (encontradas y opuestas). Sigue con su murmullo, busca las gráficas y mantiene tres de ellas. Se detiene (piensa), responde, lee el cuestionario, se detiene nuevamente (piensa) y escribe, luego con un transportador dibuja en su cuaderno un sistema de ejes, y en punteado dibuja rectas paralelas al eje de las ordenadas en un total de cuatro y dos rectas paralelas al eje x en los semiplanos positivo y negativo respectivamente. Después de ello responde en su cuaderno.</p> <p>Se lo nota seguro en el manejo de las instrucciones que debe dar a la máquina. El también me observa, mira cuando escribo y a veces pienso que quiere facilitarme algo que no sabe qué es. Es como si se sintiera cómplice, en silencio, de mis anotaciones.</p>	<p>Me gustaría hacerle preguntas de los por qué de sus acciones y de cómo va elaborando su razonamiento, como por ejemplo ¿si entiende todos los valores que aparecen en la pantalla en donde está la gráfica de la función?, ¿si relaciona lo que sabe de la función con lo que ve dibujado como curva de la misma?, ¿si comprende qué pasa cuando se multiplica o divide el valor de la función <math>\text{sen } x</math> por cualquier valor real?, ¿se preguntó tal vez si se puede hacer lo mismo con el ángulo?, ¿cuáles son los conceptos que entran en juego para dar respuestas a las preguntas que va contestando?, ¿qué piensa cuando piensa?, ¿qué entiende de lo que hace?, etc...</p> <p>Consulta texto teórico para comparar con la imagen, pero nuevamente es un error de sintaxis.</p> <p>Cuando busca en el apunte teórico, se aprecia una preocupación ¿algo no cierra? Quisiera preguntarle ¿qué es lo que pasa?, ¿cuál es el inconveniente, si lo hay?</p>	<p>Se observa claramente que el sujeto trabaja con varios materiales a su disposición como son el texto teórico, la tira de ejercicios y la computadora, las acciones externas, conductas observables. Existen dificultades para relacionar los conceptos que trabaja el alumno con la resolución y respuesta que da a cada requerimiento, así como también el manejo de los comandos con las gráficas y las funciones que utiliza, nuevamente no es posible el acceso a los pensamientos y razonamientos del sujeto, sólo se los puede suponer a través de sus acciones.</p>
	<p>Observación N° 2 Observador: Nora Fecha y hora: 7 de abril de 2000, de 15 a 18hs.  Lugar: Sala de Computación. FACEN - UNCA  Alumno: Analía Otros datos relevantes. No maneja computadoras  Características de la clase: Aprendizaje de Geometría Analítica con software</p>		
<p>Observación de alumnos que trabajan con el programa DERIVE  No ha utilizado computadoras fluidamente.  El sistema de observación es el mismo que ha utilizado la profesora anterior.</p>	<p>Observo el trabajo, no han terminado de completar la tabla y comienzan a leer la actividad 3. Luego comenta "ahora tenemos que volver a window, ¿cómo era?". Leen nuevamente las instrucciones.  Recurre a la docente en lugar de hacer el esfuerzo de tratar de contestar relacionando lo que sabe con informaciones anteriores o del texto.</p>		<p>Lo que se observa permite hacer un análisis de la conducta exterior del sujeto, cómo trabaja, cómo maneja el software, sus intenciones de trabajar por sí mismo. Aparece claramente la repetición en el uso de comandos del software, las dificultades y/o errores que puedan tener con el manejo del mismo.</p>

	Observación N° 3: Observador: Miryam Fecha y hora: 11 de abril del 2000, de 9 a 12hs Lugar: Sala de Computación, FACEN- UNCA Alumnos observados: Carolina y Luis Otros datos relevantes. Carolina no maneja computadoras, Luis si. Características de la clase: Aprendizaje de Geometría Analítica con software		
Observación de alumnos que trabajan con el programa DERIVE	<p>Con el programa grafican <math>y = \sin x</math>, <math>y = 2 \sin x</math> e <math>y = -2 \sin x</math>, de esta forma tienen las tres gráficas en un solo par de ejes.</p> <p>Después de observarlas contestan las preguntas referidas a la variación de ordenadas, los valores máximos y mínimos, la amplitud y el período, escribiendo equivalencias numéricas radianes-grados sexagesimales. Los máximos y mínimos los escriben en radianes.</p> <p>Realizan el mismo procedimiento para trabajar con <math>y = \sin x</math>, <math>y = 1/2 \sin x</math> e <math>y = -1/2 \sin x</math>. Hacen el gráfico en la computadora antes de contestar si lo pueden hacer sin la máquina.</p> <p>Se les acerca la profesora y les dice que por que tienen tantas ventanas abiertas y les explica como pueden eliminarlas. Luis le pregunta por que en la expresión aparece en lugar de "1/2" el uno y en lugar de la línea de fracción salen uuuuuu, una línea de u y por abajo el dos. La profesora les contesta que es la simbología que usa la máquina pero que realiza bien la operación que deseamos.</p>	<p>Pueden hacer la equivalencia de símbolos en término de significados de la operación (división) sin dificultades: hay abstracciones de significado.</p> <p>En el cuaderno aparecen los gráficos generales <math>y = a \sin x</math> con <math>a &gt; 0</math> y <math>a &lt; 0</math> de manera que se sintetiza la respuesta generalizando la explicación de cada gráfica particular.</p>	<p>Se observa que existen procesos de generalización y abstracciones de significados, pero no se puede describir estos procesos. El docente "se da cuenta" de lo que pueden realizar o no los alumnos al trabajar con las equivalencias simbólicas mencionadas al ver lo que escriben y lo que aparece en la pantalla de la computadora, el docente puede evaluar el conocimiento del alumno en términos de su calificación, lo que no puede hacer es dar cuenta del proceso de abstracción, del trabajo con los contenidos previos. El observador parece más interesado en el resultado del aprendizaje que en el proceso del mismo.</p>
	Observación N° 4 Observador: Jorge Fecha y hora: 3/11/2001 – 9 a 11hs Lugar: Aula n° 4, FCEA. Sede central. UNCA. Alumna observada: Cristina Otros datos relevantes. Características de la clase: Práctica de Geometría Analítica, tema: recta del plano.		
<p>Se pretendió llevar a cabo una acción que permitiese recabar datos acerca de hechos originados directamente en el momento de aprender de un alumno, quien fue elegido al azar preservando las condiciones de su entorno habitual de trabajo en clase. Se pensaba que la información recogida debía servir tanto para la comprensión de los procesos de aprendizaje como también para diseñar los correctivos que se creyesen necesarios en la detección de errores y en el mejoramiento de métodos pedagógicos para aplicar en el futuro. No se interactuó en modo alguno con él.</p>	<p>Se lleva a cabo una observación no participativa, en el sentido de no intervenir en el trabajo de la alumna, pero con total conocimiento del hecho por habersele expuesto el propósito del emprendimiento. No es repitente. Consulta en forma permanente la Guía. Trabaja en sus apuntes en forma prolija, esmerándose en tomar nota de todo lo necesario.</p> <p>El docente propone la resolución del ejercicio N° 20°) de la Guía que se está empleando:</p> <p>20°) La recta <math>\frac{x}{-\sqrt{3/3}} + y = 1</math> está referida a los ejes (x,y). Dar la posición de los nuevos ejes <math>(\bar{x}, \bar{y})</math> rotados con respecto al sistema anterior, para los que la ecuación de la misma recta es <math>\bar{y} = \frac{1}{2}</math>. Justificar analíticamente.</p>	<p>Pienso que la observación permitió corroborar, en el caso particular del que se trata, que conocía buena parte de lo que se suponía que debía conocer pero que además fue capaz de internalizar eficazmente no pocos conceptos nuevos del nivel universitario que está cursando. Los errores que cometió no fueron graves y estaban antes bien relacionados con la comprensión del nuevo conocimiento que con la falta de acomodación con otros saberes anteriores escasamente asimilados en su ocasión.</p> <p>No se puede inferir nada acerca de los pensamientos del alumno "no verbalizados" o exteriorizados de alguna otra manera y que, a la postre, son los más ricos a la hora de encontrar errores en la interpretación de nuevos conceptos. Los registros que se generaron</p>	<p>El docente se interroga y compara lo que hace el alumno con lo que él mismo piensa que debe ser un buen estudiante: generar documentación, ser consciente de la relación entre los nuevos conceptos y los conocimientos anteriores, relacionar la teoría con la práctica, es decir, haber estudiado la teoría. Evalúa al alumno a través de sus acciones y de lo que puede observar desde su puesto. No registra el diálogo entre las compañeras pero se da cuenta de que su alumna reconoce conceptos y significados teóricos pues los escribe, pero no puede establecer el tipo de relación entre los lenguajes sin otros elementos como podrían ser lo que la alumna escribía o graficaba, las maneras de resolver, las rutas intentadas para llegar a la solución. Como dice el mismo docente "...No se puede inferir nada</p>

	<p>Ante este nuevo ejercicio la alumna decide intercambiar ideas con su compañera de la derecha. Ambas conversan, aportando ideas, pero no concluyen en nada que las movilice hacia alguna acción concreta.</p> <p>Es capaz de reconocer a la recta de la que se trata a través de la ecuación que la representa.</p> <p>¿Se interesa en generar documentación confiable y completa para consultas y estudio posteriores.?</p> <p>¿maneja en forma intuitiva la relación que existe entre la dificultad de entender un tema nuevo y la existencia de conceptos específicos que puntualmente lo posibilitan.?</p> <p>¿Logra apropiarse del aspecto genérico del saber que se pretende transmitir e interrelaciona adecuadamente la práctica llevada a cabo con dicho aspecto genérico.?</p>	<p>contienen una apreciación, sin duda incompleta, de los acontecimientos que ocurrieron en el entorno cercano a la alumna observada y de su desempeño.</p> <p>Desgraciadamente el sujeto observado no representa, ni cercanamente, al estudiante promedio de su clase lo que hace que estas observaciones individuales sean poco representativas y que las acciones que se sigan a partir de ellas pueden no alcanzar los efectos benéficos perseguidos. El único remedio posible es proceder a una "razonable cantidad" de nuevas observaciones sobre otros sujetos y construir sobre las conclusiones de un proceso de Inducción incompleta.</p>	<p>acerca de los pensamientos del alumno "no verbalizados" o exteriorizados de alguna otra manera y que, a la postre, son los más ricos a la hora de encontrar errores en la interpretación de nuevos conceptos..."</p>																				
	<p>Observación Nº 5 Observador: Margarita Fecha y hora: 16 de octubre de 2001, 10 a 12hs  Lugar. Sala de cómputos de la FACEN – UNCA  Alumnos. Varios alumnos observados según número explicitado.  Otros datos relevantes. Algunos alumnos manejan computadoras, otros no.  Características de la clase: Práctica de Geometría Analítica con software, tema: funciones trigonométricas.</p>																						
<p>El trabajo que se propone a los alumnos se compone de instrucciones básicas para el uso del programa DERIVE<sup>(6)</sup>, sólo las necesarias para que puedan seguir la secuencia de actividades propuesta para el aprendizaje del tema, el material teórico<sup>(7)</sup> para consulta y la secuencia de actividades. En este procedimiento se han tenido en cuenta también las recomendaciones para el aprendizaje de una técnica. La secuencia de actividades contiene la guía de problemas y ejercicios de matemática para que los alumnos respondan y una serie de preguntas en cada uno de los problemas que considera aspectos valiosos del aprendizaje que podrían mostrar cómo aprenden los alumnos, las estrategias que utilizan y sus modos de razonar y construir conceptos. Las preguntas se construyeron en base a las respuestas de alumnos de un curso anterior a la guía de matemática<sup>(8)</sup>, se realizó también un seguimiento</p>	<p>1) Ejercicio 2: Conocida la gráfica, observarás que al mover la cruz con el puntero, aparece en la parte inferior de la pantalla, las coordenadas que corresponden a ese punto, indicando los valores del ángulo y el seno del mismo. Mueve la cruz, de tal manera que puedas obtener los datos necesarios para completar la siguiente tabla.</p> <table border="1" data-bbox="560 1346 786 1671"> <tr> <td>sn x</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>\pi</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>3\pi/2</math></td> </tr> <tr> <td>0,5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>60°</td> </tr> <tr> <td><math>\sqrt{3}/2</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-0,83</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>-2</td> </tr> </table> <p>Para el ejercicio 2:  a- Relata brevemente cómo resolviste el ejercicio. Escribe tus hipótesis al hacerlo.  b- ¿Qué mide el número - 0,83 de la tabla que tienes que resolver?, Cuáles fueron tus conjeturas acerca</p>	sn x	x		$\pi$		$3\pi/2$	0,5		1		-1			60°	$\sqrt{3}/2$		-0,83			-2	<p>Alumna 4 ejercicio 2  Se contradice con algunos valores encontrados, en algunos casos, se refiere a un valor de ángulo como si éste fuera el valor de la ordenada y luego lo cambia por el de la ordenada y encuentra el valor de la variable independiente, de la misma manera cambia dominio por codominio en algunas ocasiones. Alumno 9 pregunta 2  Expresa el dominio con el concepto de dominio en general de una función y no como el conjunto numérico involucrado, hace lo mismo con el codominio. Da dos interpretaciones del número x (variable independiente): como número en el eje de abscisas perteneciente al dominio de una función y como medida de un ángulo (en rigor mide la relación entre el arco y el radio de la circunferencia que subtiende al arco).</p> <p>Alumno 17 pregunta 2  Utiliza valores positivos y negativos, los que ve en la pantalla pero no extiende a todo el dominio los valores de ángulos posibles para el</p>	<p>El estudiante debe reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento para poder contestar las preguntas que se le hicieron, qué tan profundamente aborda las respuestas, hasta dónde sintetiza y generaliza, es ya un proceso de metacognición que no puede descartarse como suceso complementario del aprendizaje. En este tipo de documento, además de las respuestas directas, el observador puede inferir relaciones con conceptos relacionados con el saber matemático: obstáculos del aprendizaje, entorpecimientos con conocimientos previos, determinar el tipo de error. Quedan pendientes profundizaciones en relación a los temas anteriores que se podrían solucionar con entrevistas o nuevos contactos con los sujetos. Se pierde el registro de todo lo que tenga que ver con las conductas exteriores y observables del sujeto, intercambios directos que haya hecho con el docente o con sus compañeros, acciones de aprendizaje con la computadora, errores de manejo del software, correcciones orales de posibles</p>
sn x	x																						
	$\pi$																						
	$3\pi/2$																						
0,5																							
1																							
-1																							
	60°																						
$\sqrt{3}/2$																							
-0,83																							
	-2																						

<sup>6</sup> Citar el texto donde aparece la publicación y las páginas.

<sup>7</sup> Fuller, G. Tarwater, D. "Geometría Analítica" Addison-Wesley, Iberoamérica. México. 1999, pp .

<sup>8</sup> Curso. Aprendizaje de la Geometría con Computadora, Octubre de 2001 - FACEN – UNCA.

<p>particular a un alumno al que se observó mientras resolvía la secuencia de ejercicios y donde podía preguntar lo que quisiera, sus dudas y dificultades y se lo interrogaba sobre lo mismo. El material, planteado para recoger los datos de esa manera, se entregó a cada alumno que realizaba el curso y no se hizo observación adicional por parte de los docentes encargados. Los alumnos escribieron las respuestas en las planillas preparadas a tal efecto.</p>	<p>Cuáles fueron tus conjeturas acerca de él?  c- ¿Qué mide el número -2? ¿Podrías dar un valor equivalente a él?  d- Otros comentarios que sean relevantes.</p>	<p>mismo valor de la función. Explicita valores angulares en grados y radianes. Aproxima con varios decimales el <math>\sin x</math>, usó la calculadora o cambió los valores de las coordenadas en el gráfico. Da valores equivalentes de ángulos para un mismo valor de la función pero no generaliza ni conjetura.</p>	<p>errores.</p>
<p>Otro ejemplo del mismo trabajo</p>	<p>1) Ejercicio 3-  a) Con las mismas instrucciones de DERIVE, <u>grafica en el mismo sistema de ejes cartesianos</u> <math>y = 2 \sin x</math>  Para cada valor de <math>x</math> ¿cómo ha variado la ordenada de esta función con respecto a <math>y = \sin x</math>? ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos? ¿cuál la amplitud, y el periodo?  b) Repite el procedimiento anterior para <math>y = -2 \sin x</math> y responde las mismas preguntas.  c) Si ahora quisieras graficar, en un mismo sistema de ejes <math>y = \sin x</math>, <math>y = \frac{1}{2} \sin x</math> e <math>y = -1/2 \sin x</math> ¿Cómo crees que variarán las coordenadas, los valores máximos y mínimos y el período de las dos últimas funciones con respecto a la primera? . Después de haber respondido a estas preguntas, confecciona la gráfica con la computadora y verifica si tus respuestas fueron acertadas.  d) En base a todo lo experimentado, idea un procedimiento que te permita graficar, en tu carpeta, la función <math>y = a \sin x</math> a partir de <math>y = \sin x</math>, sin la computadora.  e) Consulta en libros de texto la expresión que permita confirmar las conclusiones obtenidas.</p> <p>Para el ejercicio 3:  a- ¿Cuáles son tus hipótesis respecto de las preguntas de este ítem? ¿Qué dudas te planteas?  b- ¿Se confirmaron tus hipótesis?  ¿Resolviste tus dudas?  c- Comenta si tuviste para este ejercicio que consultar las indicaciones de uso del DERIVE.</p>	<p>Alumno 9 pregunta 2  Su concepto de conjetura aparece ligado al de hipótesis: cuales son los datos, pues al preguntársele, responde con los datos del problema que tiene que resolver. No hace generalizaciones ni especula acerca de posibles valores cuando en realidad, la respuesta debería haber sido en este sentido.</p> <p>Alumno 3 ejercicio 3  Los valores opuestos son los que tienen igual valor de dominio y signo contrario en la ordenada: <math>y = -2 \sin x</math> tiene valores opuestos a <math>y = 2 \sin x</math>. Para extraer conclusiones sobre <math>y = \frac{1}{2} \sin x</math> e <math>y = -\frac{1}{2} \sin x</math> habla de la variación de la ordenada diciendo que es la mitad de la ordenada de <math>\sin x</math>. Expresa la propiedad en forma general y simbólica pero coloquialmente dice que cambia pero no de qué forma. No tiene problemas con el programa y confirma sus hipótesis respecto del tema: escribe la hipótesis con un ejemplo.</p> <p>Alumno 8, ejercicio 3  Para este alumno las hipótesis son los datos de su problema: las gráficas, es posible que está aludiendo al concepto de hipótesis de un teorema, pues en su vocabulario, en la hipótesis se colocan los "datos del teorema", no alude a la forma lógica si <math>P \rightarrow Q</math>. A pesar de ello, dice que sus hipótesis se confirman, pero no explica qué es lo que se confirma.</p> <p>Alumno 15, ejercicio 3  Parecería que vuelve a aparecer el concepto de hipótesis como "los datos que tengo", las dudas, lo que tiene que hacer, todo en una sola</p>	<p>En estos registros, el investigador busca el relato, las hipótesis, las dudas, referidas a un tema ó a un concepto específico hay poca cantidad de datos irrelevantes y no utilizables. Se sacrifican muchas cosas, entre ellas la espontaneidad de la respuesta, pensamientos no reflexivos, observación directa de las conductas del estudiante que aportan otras miradas.  El ejemplo que se transcribe muestra la noción de hipótesis a través de las respuestas a la pregunta sobre la misma que se hace a los alumnos. Para muchos de ellos, el concepto de hipótesis está relacionado con la hipótesis de un teorema matemático, son los datos del teorema, es decir, lo que se conoce del mismo, se pierde el significado de la relación lógica entre <math>p</math> y <math>q</math> a través de los conectores y este concepto se relaciona confusamente con la noción de hipótesis que se requiere. Otros alumnos describen la hipótesis con un ejemplo, no pueden abstraer y generalizar el concepto.  En estos casos, el concepto de hipótesis aparece parcializado en el camino a la generalización, como se explicita, algunos alumnos toman significados parciales en el camino a la abstracción de lo que sucede en general, necesita tomar ejemplos concretos y referirse a ellos. Con respecto a la pregunta sobre el uso del software, las respuestas son muy generales, sin detalles y no es posible extraer de la respuesta mecanismos de aprendizaje de su manejo, errores posibles en las indicaciones dadas, repeticiones prácticas, ensayos, etc.</p>

		<p>expresión. Luego expresa que resuelve sus dudas e hipótesis pero no dice qué o cómo.</p> <p>Alumno 28, pregunta 3 La hipótesis que tiene es que la ordenada va a duplicarse, aunque es una hipótesis parcial, corresponde a la primera parte del ejercicio y está utilizado el concepto que se requiere. Luego la confirma. En este caso, el concepto de hipótesis pierde la generalidad a la que alude la pregunta formulada, la respuesta se limita a lo que puede observar concretamente en cuestiones relativamente sencillas como es multiplicar por un número. Podría deberse a que no está internalizado el concepto de hipótesis o a que la construcción que se le pide excede su capacidad de síntesis de ese momento.</p>	
--	--	--	--